

Um Modelo Matemático para a Alocação de Coroinhas nas Missas de uma Paróquia em Monte Carmelo-MG

Danilo E. Oliveira,¹ Giselle M. R. Pereira,² Vânia de F. L. de Miranda³
FAMAT/UFU, Uberlândia, MG

Dado um conjunto de pessoas e um conjunto de tarefas, o Problema de Alocação de Pessoas (PAP) consiste em designar qual pessoa (ou quais pessoas) desenvolverão uma determinada tarefa. Este tipo de problema pertence à classe de Problemas de Programação Inteira, onde todas as variáveis devem assumir valores binários, ou seja, 0 ou 1. O método Branch-and-Bound, que pode ser encontrado em [1, 2], é o método mais utilizado para se resolver problemas desta classe. Este método baseia-se na idéia de desenvolver uma enumeração inteligente das soluções candidatas à solução ótima inteira de um problema. O termo branch refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções e o termo bound ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração.

Neste trabalho, apresentamos um modelo matemático, utilizando o PAP, para se obter a escala de coroinhas, ou seja, a alocação dos coroinhas para cada missa, na paróquia Nossa Senhora de Fátima, situada em Monte Carmelo - MG. Os coroinhas são crianças com idades entre 6 e 14 anos que prestam auxílio ao padre durante as missas. Atualmente, a paróquia conta com 73 coroinhas e um total de 9 missas semanais, ou seja, de 36 a 45 missas mensais.

Além destas informações, para a elaboração do modelo matemático também foram considerados: o conjunto $C = \{1, 2, \dots, 73\}$, representando os coroinhas; o conjunto $M = \{1, 2, \dots, 45\}$, representando as possíveis missas em um mês; o vetor $(MinMis) \in R^{73}$, que representa a quantidade mínima de missas que cada coroinha deve servir no mês; e a matriz $D \in R^{73 \times 45}$, onde d_{ij} representa a disponibilidade do coroinha i servir na missa j , sendo que $d_{ij} = 1$ significa que o coroinha i está disponível para a missa j , enquanto que $d_{ij} = 0$, significa o contrário. Esta matriz é fornecida pela própria coordenadora dos coroinhas. Também, utilizamos variáveis bidimensionais x_{ij} , que são variáveis binárias e possuem mesma dimensão e significado que a matriz D .

O modelo matemático obtido é apresentado nas expressões de (1) a (9), onde a restrição (2) é referente a quantidade mínima de missa que cada coroinha deve servir. Esta quantidade é obtida de acordo com a quantidade de semanas que este coroinha está disponível. Já as restrições de (3) à (7) são referentes à condição “cada coroinha deve servir em apenas 1 missa por semana”. A restrição (8) é referente à condição “coroinhas irmãos devem participar de mesmas missas”, enquanto a restrição (9) é referente a quantidade de coroinhas que devem ser alocados em cada missa. Finalmente, a restrição (10) corresponde ao fato das variáveis serem binárias.

Em seguida, este modelo matemático foi implementado no LINGO, um software onde você pode criar e resolver problemas de programação linear, não linear, quadrática, inteira e problemas de outras classes da otimização. O método Branch-and-bound é o método utilizado pelo LINGO para resolver problemas de programação inteira, em outras palavras, é o método que foi utilizado para resolver o nosso modelo. O resultado do modelo obtido é então passado à coordenadora dos coroinhas que faz a divulgação da escala com os pais dos coroinhas.

¹danioloelias@ufu.br

²gisellemoraes@ufu.br

³vaniaflm@ufu.br

$$\max \sum_{i=1}^{73} \sum_{j=1}^{45} d_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{45} d_{ij} x_{ij} \geq (MinMis)_i, \text{ para cada } i \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^9 d_{ij} x_{ij} \leq 1, \text{ para cada } i \tag{3}$$

$$\sum_{j=10}^{18} d_{ij} x_{ij} \leq 1, \text{ para cada } i \tag{4}$$

$$\sum_{j=19}^{27} d_{ij} x_{ij} \leq 1, \text{ para cada } i \tag{5}$$

$$\sum_{j=28}^{36} d_{ij} x_{ij} \leq 1, \text{ para cada } i \tag{6}$$

$$\sum_{j=37}^{45} d_{ij} x_{ij} \leq 1, \text{ para cada } i \tag{7}$$

$$x_{ij} = x_{kj}, \forall j, \text{ caso os coroinhas } i \text{ e } k \text{ sejam irmãos} \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{73} d_{ij} x_{ij} = 6, \text{ para cada } j \tag{9}$$

$$x_{ij} \in \{0; 1\}, \text{ para cada } i, j. \tag{10}$$

Com a utilização do modelo e do LINGO na obtenção da escala dos coroinhas, foi possível observar uma grande redução no tempo gasto, uma vez que a coordenadora relatou demorar cerca de 2 dias para realizá-la manualmente e o computador não gasta mais do que alguns segundos. De forma adicional, o modelo pode ser facilmente configurado para atender outras restrições, como por exemplo, obter uma nova escala durante o mês para o caso de algum coroinha não poder cumprir com suas designações, ou obter a escala caso seja necessário um número menor de missas em um determinado mês. Neste caso, supondo que temos n missas no mês, onde $n < 45$, basta considerarmos as últimas $(45 - n)$ colunas da matriz D como sendo colunas nulas. E substituir a restrição (9) por

$$\sum_{i=1}^n d_{ij} x_{ij} = 6 \quad \text{e} \quad \sum_{i=n+1}^{73} d_{ij} x_{ij} = 0, \text{ para cada } j.$$

Conforme apresentado acima, o modelo se mostrou útil e eficiente na alocação de coroinhas para as missas. Este modelo tem sido utilizado nos últimos dois meses e existe uma previsão de uso para os meses seguintes.

Referências

- [1] M. Arenales, V. A. Armentano, M. Reinaldo e H. Y. Horacio. **Pesquisa Operacional**. 1a. ed. São Paulo: Elsevier, 2006. ISBN: 9788535214543.
- [2] J. V. Caixeta-Filho. **Pesquisa Operacional**. 2a. ed. São Paulo: Atlas, 2012. ISBN: 9788522437344.