

## Simulação Numérica de Aquíferos Homogêneos Utilizando um Método de Volumes Finitos Não Convencional

Darleson L. A. Oliveira,<sup>1</sup> Alessandro R. E. Antunes,<sup>2</sup> Fernando R. L. Contreras<sup>3</sup>  
 NT-CAA/UFPE, Caruaru, PE

À luz das mudanças climáticas, a preservação dos recursos naturais tem recebido uma atenção renovada. Nesse contexto, as águas subterrâneas têm sido objeto de estudo mais detalhado, dado seu papel crucial como recurso vital para consumo humano e atividades industriais, especialmente em regiões áridas. A complexidade geológica e a presença de fluidos multi-componentes geram modelos matemáticos fortemente acoplados e não lineares que não possuem soluções analíticas, para entender o comportamento detalhado do aquífero é necessário utilizar métodos numéricos avançados. Pela primeira vez, o modelo matemático é aproximado utilizando o método de volumes finitos (MVF) não convencional centrado na célula, conhecido como o MPFA-D [1]. Este método utiliza uma abordagem onde o fluxo nas interfaces depende das variáveis centradas nas células (incógnitas) e nos vértices. As variáveis nos vértices são interpoladas por meio de uma combinação linear das incógnitas. Como o método MPFA-D é uma generalização do método de diferencia finita produz resultados mais precisos e robustos em simulações de fluxo em meios porosos [1]. Então, a utilização do método MPFA-D no estudo de fluxo de águas subterrâneas é justificado por lidar com geometrias complexas e meios altamente heterogêneos e anisotrópicos. Assumindo que o fluido e o meio poroso são incompressíveis, e a partir da lei de Darcy e da equação da conservação de massa, conseguimos obter a equação da carga hidráulica para um aquífero confinado:

$$\nabla \cdot (K \nabla h) = \mu_e \frac{\partial h}{\partial t} + f(x, t), (x, t) \in \Omega \times [0, t] \quad (1)$$

Onde  $h$  é a carga hidráulica,  $K$  é o tensor de permeabilidade,  $\mu_e$  representa o coeficiente de elasticidade ou rendimento específico, e  $f$  é considerado termo de fonte, sumidouro ou precipitação. Quando o tensor de permeabilidade é multiplicado pela carga hidráulica ( $K = hK$ ) a equação (1) modela um aquífero não confinado. As condições de contorno e inicial são dadas por:  $h(x, t) = h_D$ , em  $\Gamma_D \times [0, t]$ ,  $K \nabla h \cdot \vec{n} = g_N$ , em  $\Gamma_N \times [0, t]$ ,  $h(x, t) = h_0$ , em  $\Omega$  e  $t = 0$ .

Utilizando o método de volumes finitos e o método de Euler avançado, conseguimos:

$$h_L^{n+1} = h_L^n - \frac{\Delta t}{\mu_e |L|} \left\{ \sum_e \vec{v}_e \cdot \vec{N}_e \right\}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\mu_e} \bar{f} \quad (2)$$

Onde o fluxo  $\vec{v}_e \cdot \vec{N}_e$  pode ser aproximado ou pelo método MPFA-D ou pelo método convencional TPFA. Para validar o desempenho da nossa metodologia numérica, apresentamos dois experimentos numéricos.

*Caso 1:* Aquífero não confinado homogêneo isotrópico limitado por dois canais [2]. Neste problema o parâmetro  $M$  é a espessura do aquífero,  $P$  é a precipitação, a carga hidráulica inicial

<sup>1</sup>darleson.oliveira@ufpe.br

<sup>2</sup>alessandro.antunes@ufpe.br

<sup>3</sup>fernando.raul@ufpe.br

é  $2m$  com condições de contorno de Neumann na parte inferior e superior, além disso, temos:  $K_{xx} = 0.5m.d^{-1}$ ,  $P = 0.002m.d^{-1}$ ,  $g_N = 2m/d$ ,  $\mu_e = 0.5m.d^{-1}$ ,  $M = 5$ ,  $T_f = 100dias$ .

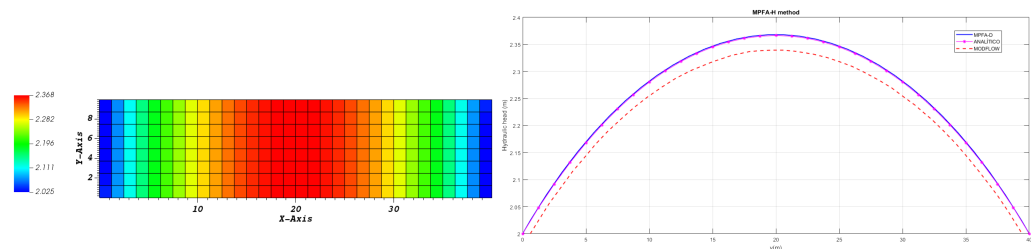


Figura 1: Esquerda: carga hidráulica; direita: comparação qualitativa dos métodos. Fonte: dos autores.

*Caso 2:* Aquífero confinado homogêneo isotrópico com um poço de bombeamento [2]. Neste problema, a carga hidráulica inicial é  $100m$  com condições de contorno de Dirichlet no lado superior e inferior e Neumann nos lados esquerda e direita e com um poço de bombeamento com  $10^4 m^3 dia$ . Os parâmetros físicos são:  $K = 33.33I$ ,  $g_D = (h_D = 100)$ ,  $g_N = 0$ ,  $M = 3$ ,  $\mu_e = 0.001$ ,  $h_0 = 100m$ ,  $t_f = 20dias$ .

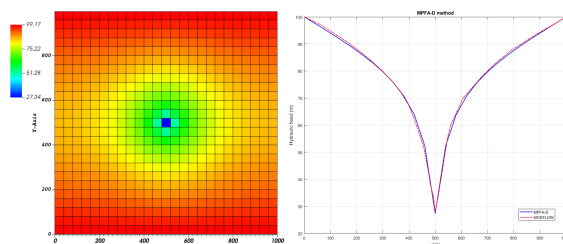


Figura 2: Esquerda: carga hidráulica; direita: comparação qualitativa dos métodos. Fonte: dos autores.

Os dois casos são resolvidos utilizando o MPFA-D [1] e para comparar a acurácia do método utilizamos o software MODFLOW 6 desenvolvido pela U.S. Geological Survey. Nos dois cenários, tanto para o aquífero confinado e o não confinado, a análise do perfil da carga hidráulica gerada pelo método MPFA-D está em consonância com os resultados obtidos pelo software MODFLOW 6. No entanto, no primeiro caso percebemos que tivemos um ganho na acuracia. Estes resultados preliminares indicam que o método proposto possui um grande potencial na simulação de problemas relacionados ao fluxo de águas subterrâneas.

## Referências

- [1] F. R. L. Contreras, P. R. M. Lyra, M. R. A. Souza e D. K. E. de Carvalho. “A cell-centered multipoint flux approximation method with a diamond stencil coupled with a higher order finite volume method for the simulation of oil–water displacements in heterogeneous and anisotropic petroleum reservoirs”. Em: **Computers & Fluids** 127 (2016), pp. 1–16.
- [2] Y. Qian, Y. Zhu, X. Zhang, J. Wu, M. Ye, W. Mao, J. Wu, J. Huang e J. Yang. “A Local Grid-Refined Numerical Groundwater Model Based on the Vertex-centred Finite-Volume Method”. Em: **Advances in Water Resources** 173 (2023), pp. 1–18.