

Estudo de Sistemas Dinâmicos Discretos com Condições Iniciais *Fuzzy* Interativas

Yngrid Zacharias Delgado¹, Marcos Eduardo Valle²

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, SP

Vinícius Francisco Wasques³

Ilum Escola de Ciência, Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais (CNPEM), Campinas, SP

Introduzida em 1965 por Lotfi A. Zadeh, a teoria de conjuntos *fuzzy* foi proposta com o intuito de tratar matematicamente incertezas intrínsecas de fenômenos da natureza. Matematicamente, um elemento pertence a um conjunto *fuzzy* com um grau de pertinência, que informa o quanto o elemento cumpre a propriedade imposta pelo conjunto [1].

A noção de conjuntos *fuzzy* contempla uma subclasse intitulada números *fuzzy*, denotada por $\mathbb{R}_{\mathcal{F}}$, que estende a família dos números reais considerando incertezas [1]. Os números *fuzzy* tem significativa atuação no estudo de modelagem pois, através dela, se torna viável modelar fenômenos com parâmetros e/ou variáveis de estados incertas. Nesse trabalho, trataremos o caso em que as variáveis de estado são incertas, ou seja, as condições iniciais do problema associado a uma equação de diferenças serão dadas por números *fuzzy*. Os problemas envolvendo equações de diferenças lineares, a partir de parâmetros ou condições iniciais dadas por números *fuzzy* são denominados de equações de diferenças lineares *fuzzy*. Em que se pode utilizar tanto o método numérico quanto o analítico [3].

Mediante abordagens propostas na literatura, as soluções de equações de diferenças lineares *fuzzy* serão tratadas por meio de extensões de soluções clássicas de equações de diferenças lineares para soluções *fuzzy*. Tal abordagem é dada através do princípio de extensão de Zadeh ou do princípio de extensão sup- J [1, 4]. No primeiro caso, se tem associado o conceito de não interatividade enquanto o conceito de interatividade, que é regido pela distribuição de possibilidade conjunta J , é considerado no segundo caso [4].

Neste trabalho, o enfoque se situa no estudo analítico de equações de diferenças lineares *fuzzy*. Logo, serão utilizados sistemas de equações de diferenças lineares *fuzzy* para problemas melhores descritos por modelos discretos. Mais especificamente, esse trabalho se dedica a tratar as equações de diferenças lineares *fuzzy* por meio da abordagem do princípio de extensão de Zadeh e o princípio de extensão sup- J , a fim de compará-los. Neste princípio, também denominado de processos *fuzzy* interativos autocorrelacionados, se considera que a obtenção dos valores futuros se relacionam funcionalmente com os valores atuais e com os valores anteriores [1]. Portanto, esses processos consideram uma relação entre números *fuzzy* denominada interatividade, aqui salientando o tipo de interatividade linear [2, 4], a qual será utilizada no estudo de incertezas associadas a modelos discretos. As incertezas consideradas estarão associadas as condições iniciais dadas por números *fuzzy*. Logo, se faz necessário utilizar uma aritmética apropriada para tal contexto. Sendo assim, se recorre a aritmética interativa para fazer o estudo dos sistemas discretos e explorar como a incerteza evolui ao longo do tempo.

¹y215944@dac.unicamp.br

²valle@ime.unicamp.br

³vwasques@outlook.com

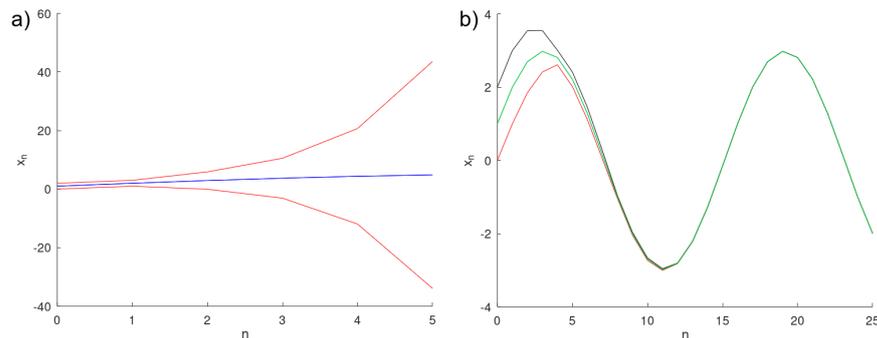


Figura 1: a) Solução obtida pelo princípio de extensão de Zadeh; b) Solução obtida usando o princípio de extensão sup- J . Fonte: dos autores.

Consideramos uma equação de diferenças lineares dada por

$$x_{n+2} = 2 \cos(\theta)x_{n+1} - x_n,$$

em que θ é um parâmetro fixo conhecido. A sequência dada pela equação acima possui como solução clássica dada por $x_n = C_1 \cos(n\theta) + C_2 \sin(n\theta)$. Estendendo tal solução por meio do princípio de extensão de Zadeh e sup- J , obtém-se as soluções mostradas na Figura 1. Note que, apesar da solução clássica apresentar um comportamento periódico, a incerteza aumenta com a evolução de n na solução obtida usando o princípio de extensão de Zadeh. Diferentemente, a incerteza desaparece com o tempo na solução obtida usando o princípio de extensão sup- J via interatividade linear. Especificamente, o diâmetro da solução da equação de diferenças *fuzzy* aumenta usando o princípio de extensão de Zadeh e diminui via interatividade linear. Como trabalho futuro, pretende-se realizar mais testes e simulações em outros sistemas desse tipo.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos 2022/01831-2 e 2023/03927-0, e o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 315820/2021-7.

Referências

- [1] L. C. Barros, R. C. Bassanezi e W. A. Lodwick. **A First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics**. 347. Berlin: Springer, 2017. ISBN: 978-3-662-53322-2.
- [2] L. C. Barros e F. S. Pedro. “Fuzzy differential equations with interactive derivative”. Em: **Fuzzy Sets and Systems**, 309 (2017), pp. 64–80. DOI: 10.1016/j.fss.2016.04.002.
- [3] E. Esmi, D. E. Sanchés, V. F. Wasques e L. C. Barros. “Solutions of higher order linear fuzzy differential equations with interactive fuzzy values”. Em: **Fuzzy Sets and Systems** 419 (2021), pp. 122–140. DOI: 10.1016/j.fss.2020.07.019.
- [4] R. Fullér e P. Majlender. “On interactive fuzzy numbers”. Em: **Fuzzy Sets and Systems** 143.3 (2004), pp. 355–369. DOI: 10.1016/S0165-0114(03)00180-5.