

## Distribuição Gama Kumaraswamy Modificada: Um Novo Modelo Probabilístico para o Intervalo Unitário

Letícia S. de Oliveira,<sup>1</sup> Frank Gomes-Silva,<sup>2</sup> Josimar M. de Vasconcelos<sup>3</sup>

DEINFO/UFRPE, Recife, PE

Thiago A. N. de Andrade<sup>4</sup>

DSTC/UFSM, Santa Maria, RS

Distribuições de probabilidade são ferramentas especiais para estatísticos e demais pesquisadores aplicados. Tais modelos são os únicos capazes de capturar a aleatoriedade, inerente ao processo gerador de dados, presente em muitas aplicações práticas. Número de vezes que um animal visita seu comedouro em determinado período de tempo de um dia especificado, a quantidade de chuvas para um determinado dia da semana a ser observada, o número de acidentes de trânsito em determinado dia e hora em certo trecho de uma rodovia, dentre outros, são apenas alguns dos muitos exemplos em que modelos matemáticos exatos falham na tentativa de modelagem do comportamento da variável de interesse.

Dada a importância dos modelos estocásticos, uma linha de pesquisa que tem crescido nos últimos anos é aquela que versa sobre a proposição de novas distribuições de probabilidade, mais flexíveis que os modelos base das quais foram originadas. Em particular, considerável atenção tem sido dada aos novos modelos concebidos sob a égide dos chamados geradores de distribuições. A ideia aplicada neste *framework* tem suas raízes nas chamadas transformações de Lehman [3], que, anos mais tarde, veio a inspirar a criação de diversas famílias de distribuições, a exemplo da Marshall-olkin-G [4], gamma-G [7], beta-G [7], Kumaraswamy-G [1], Kumaraswamy-G exponenciada [6], erf-G [2], entre outros.

Não obstante ao grande número de publicações existentes com proposituras de novas distribuições, nossa pesquisa sugere que há uma lacuna a ser explorada. Especificamente, pouca atenção foi dada nos últimos anos às variáveis aleatórias duplamente limitadas no intervalo unitário. Em um trabalho recente, Sagrillo *et al.* [5] avançaram nesta direção e propuseram um novo modelo que consiste de uma modificação do modelo Kumaraswamy usual, que apresenta mais flexibilidade que o modelo de origem. Esses autores nomearam de Modified Kumaraswamy a distribuição com pdf e cdf dadas respectivamente por

$$g(x; \alpha, \beta) = \alpha\beta x^{-2} e^{\alpha-\alpha/x} (1 - e^{\alpha-\alpha/x})^{\beta-1} \quad \text{e} \quad G(x; \alpha, \beta) = 1 - (1 - e^{\alpha-\alpha/x})^\beta.$$

Nossa pesquisa está atuando no *state-of-the-art*. Usamos o modelo proposto por Sagrillo *et al.* [5] e o inserimos no *framework* gamma-G, colapsando em uma nova distribuição de probabilidade com pdf e cdf dadas por

$$f(x) = \alpha\beta x^{-2} e^{\alpha-\alpha/x} [\Gamma(a)]^{-1} (1 - e^{\alpha-\alpha/x})^{\beta-1} \left\{ -\log \left[ 1 - \left( 1 - (1 - e^{\alpha-\alpha/x})^\beta \right) \right] \right\}^{a-1}$$

e

$$F(x) = \Gamma \left( a, -\log \left[ 1 - \left( 1 - (1 - e^{\alpha-\alpha/x})^\beta \right) \right] \right) [\Gamma(a)]^{-1}.$$

<sup>1</sup>leticia.souzaoliveira@ufrpe.br

<sup>2</sup>frank.gsilva@ufrpe.br

<sup>3</sup>josimar.vasconcelos@ufrpe.br

<sup>4</sup>thiagoan.andrade@gmail.com

O modelo proposto conta com a adição de apenas um parâmetro e nossos estudos preliminares mostram que o mesmo é flexível para acomodar dados com diferentes formatos. Gráficos para densidade, considerando valores selecionados dos parâmetros são apresentados nas Figuras 1 e 2

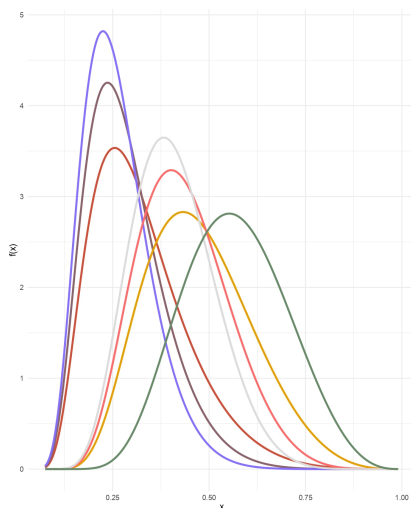


Figura 1: A. Fonte: Os autores.

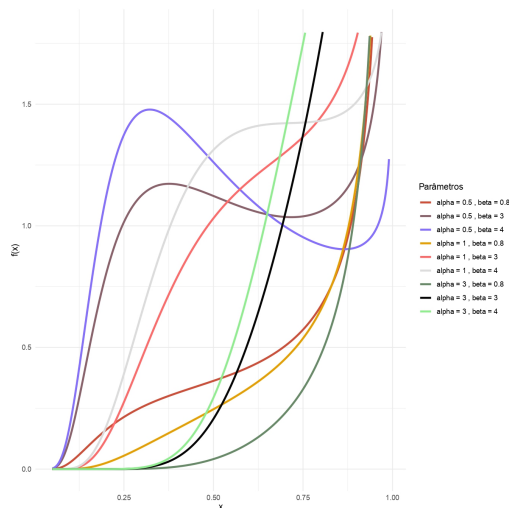


Figura 2: B. Fonte: Os autores.

O avanço da pesquisa contempla a obtenção de propriedades matemáticas, estudos de simulação e aplicações a dados reais. Esperamos que nosso modelo venha a integrar o instrumental de pesquisadores aplicados que lidam com dados na forma de taxas e proporções.

## Referências

- [1] Gauss M Cordeiro e Mário de Castro. “A new family of generalized distributions”. Em: **Journal of statistical computation and simulation** 81.7 (2011), pp. 883–898.
- [2] Luz Milena Zea Fernández e Thiago A N de Andrade. “The erf-G family: new unconditioned and log-linear regression models.” Em: **Chilean Journal of Statistics (ChJS)** 11.1 (2020).
- [3] Erich L Lehmann. **The power of rank tests**. Springer, 2012.
- [4] Albert W Marshall e Ingram Olkin. “A new method for adding a parameter to a family of distributions with application to the exponential and Weibull families”. Em: **Biometrika** 84.3 (1997), pp. 641–652.
- [5] Murilo Sagrillo, Renata Rojas Guerra e Fábio M Bayer. “Modified Kumaraswamy distributions for double bounded hydro-environmental data”. Em: **Journal of Hydrology** 603 (2021), p. 127021.
- [6] Ronaldo Silva, Frank Gomes-Silva, Manoel Ramos, Gauss Cordeiro, Pedro Marinho e Thiago A. N. De Andrade. “The Exponentiated Kumaraswamy-G Class: General Properties and Application”. Em: **Revista Colombiana de Estadística** 42.1 (2019), pp. 1–33.
- [7] Konstantinos Zografos e Narayanaswamy Balakrishnan. “On families of beta-and generalized gamma-generated distributions and associated inference”. Em: **Statistical methodology** 6.4 (2009), pp. 344–362.