

Separação de uma Classe de Sinais Caóticos e Aleatórios Utilizando Gráficos de Recorrência

Fernando Henrique dos Santos¹, Marcio Eisencraft²

Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP, Brasil

O *white Gaussian chaos* (WGC) é um mapa que gera sinais caóticos com a mesma densidade espectral de potência e densidade invariante de uma função-amostra de um ruído branco gaussiano (*white Gaussian noise* - WGN) [1]. No entanto, ao contrário do sinal WGN que é um processo estocástico obtido a partir de amostras Gaussianas independentes, os sinais gerados pelo WGC são de natureza determinística. Na Figura 1 são apresentadas as evoluções dos sinais WGC e WGN, acompanhadas de suas densidades de probabilidade e medidas de autocorrelação. Conclui-se que quaisquer uma dessas medidas são insuficientes para classificar um sinal em WGC ou WGN.

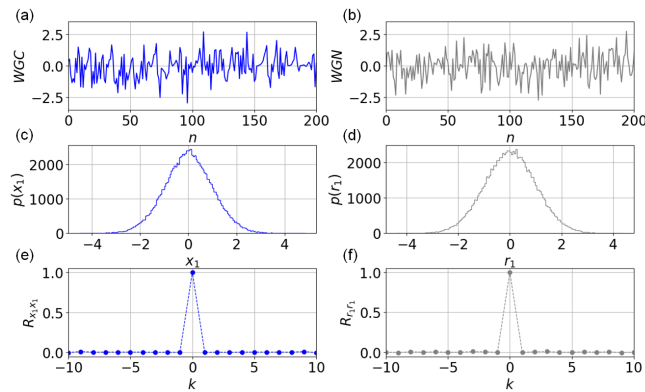


Figura 1: (a) trecho de uma das coordenadas de órbita gerada pelo mapa W com condição inicial aleatória e $\sigma^2 = 1$ (Sinal WGC); (b) função-amostra de um processo WGN com $\sigma^2 = 1$ (Sinal WGN); (c) e (d) função densidade de probabilidade das órbitas do mapa WGC e do WGN, respectivamente; (e) e (f) seqüências de autocorrelação para ambos os sinais. Fonte: os autores.

Foi proposto em [2] uma forma de classificação utilizando redes neurais do tipo perceptron multicamadas (MLP) cuja arquitetura foi inspirada na dependência entre os valores no instante $(n+1)$ e n dos sinais determinísticos [1]. Este estudo tem como objetivo apresentar uma alternativa adicional para essa classificação, empregando gráficos de recorrência. Essa técnica é utilizada para medir a recorrência de uma trajetória $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^d$ no espaço de fase, dada a partir da matriz

$$R_{i,j}(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|) \quad \text{para } i, j = 1, \dots, N \quad (1)$$

em que N é o comprimento de \vec{x}_i , ε é o limiar de distância entre duas trajetórias, $\Theta(\cdot)$ é uma função degrau (ou seja, $\Theta(x) = 0$, se $x < 0$ e caso contrário $\Theta(x) = 1$) e $\|\cdot\|$ é a norma da distância entre x_i e x_j [3].

¹fernando.henrique.santos@usp.br

²marcioft@usp.br

Em sinais periódicos as diagonais da matriz ficam paralelas a diagonal principal, como exemplificado na Figura 2 a) da matriz de recorrência da função $f(x) = \cos(20\pi x)$. Na Figura 2 b) observam-se regiões escuras que são diagonais, enquanto na Figura 2 c) não há uma região clara em que esse padrão seja evidente; entretanto, podem ser observadas diagonais geradas aleatoriamente. Assim, a partir do tamanho médio das diagonais formadas no gráfico (desconsiderando a diagonal principal) é possível classificar um sinal em WGN e WGC, conforme mostrado na Figura 2 d).

Na Figura 2 d) observa-se duas distribuições de probabilidade, uma centrada em μ_1 a esquerda do limiar ótimo L (linha preta e tracejada) e outra distribuição centrada em μ_2 , ambas as distribuições foram aproximadas por Gaussianas.

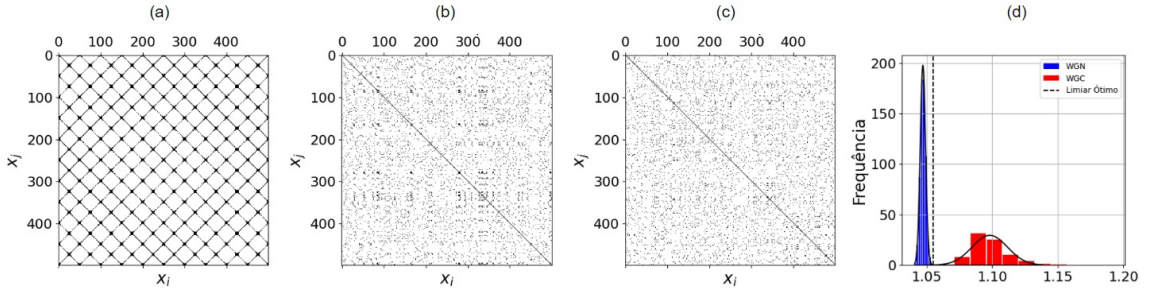


Figura 2: Gráficos de recorrência para (a) um sinal periódico; (b) para um sinal determinístico gerado pelo WGC; (c) de um sinal WGN e (d) a distribuições de probabilidade do tamanho médio da diagonal do WGC e WGN. Fonte: os autores.

A distribuição com média μ_1 é referente ao WGN, e como esperado o tamanho médio das diagonais é mais próximo de 1, ou seja, do tamanho de um ponto solto (independente) no gráfico de recorrência. Para um sinal de tamanho $n = 10^3$ pontos a probabilidade de erro na classificação é dada por

$$P_{WGN}(x > L) + P_{WGC}(x < L) = \int_L^{+\infty} f(x|\mu_1, \sigma_1)dx + \int_{-\infty}^L f(x|\mu_2, \sigma_2)dx = 7,3 \cdot 10^{-4} \quad (2)$$

em que $P_{WGN}(x > L)$ e $P_{WGC}(x < L)$ são as probabilidade de se obter diagonais de WGN acima do limiar ótimo e WGC abaixo do mesmo, respectivamente.

A partir dos resultados obtidos conclui-se que é possível realizar a classificação entre sinais caóticos e aleatórios. Nos próximos passos, pretende-se calcular o erro em função do número de pontos, explorar diferentes distribuições de probabilidade na busca pela que minimize a probabilidade de erro e, em seguida, comparar os resultados com as Redes MLP descritas no artigo [2].

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq (404081/2023-1) e a CAPES (Código de Financiamento 001) pelo financiamento parcial desse projeto.

Referências

- [1] M. Eisenkraft, L. H. Monteiro e D. C. Soriano, “White Gaussian Chaos,” **IEEE Communications Letters**, v. 21, n. 8, pp. 1719–1722, 2017. DOI: 10.1109/lcomm.2017.2700267.
- [2] F. H. Santos e M. Eisenkraft, “Classificação de sinais WGC e WGN,” em **Anais do XL Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais**, 2022.
- [3] N. Marwan, M. Carmen Romano, M. Thiel e J. Kurths, “Recurrence plots for the analysis of complex systems,” **Physics Reports**, v. 438, n. 5, pp. 237–329, 2007.