

Utilização de Aprendizado de Máquinas na Identificação de Campos Vetoriais em Sistemas P-fuzzy de Verhulst

Gislaine O. Queiroz¹, João B. Florindo², Estevão E. Laureano³
IMECC/UNICAMP, Campinas, SP

Propor uma modelagem para um campo vetorial de um sistema dinâmico costuma ser um desafio importante e complexo na prática pois, em muitas situações, pode ser difícil chegar a um consenso sobre as variáveis a serem utilizadas, além de haver incertezas intrínsecas ao problema. Visando uma alternativa para esta questão, o presente trabalho propõe a utilização de um sistema de base de regras *fuzzy* (SBRF), cujas regras são obtidas com o auxílio do método de aprendizado de máquinas para clusterização, *K-means*.

Como forma de validação, realizamos a aplicação do método à curva logística, uma vez que essa é amplamente conhecida, possibilitando assim verificar a qualidade e coerência dos resultados. Na tentativa de melhorar os resultados obtidos ao utilizar a mesma metodologia com a inferência de Mamdani [1, 2], exploramos a inferência de Takagi-Sugeno (TKS) [3], que nos possibilita uma modelagem melhor para os conjuntos *fuzzy* consequentes, viabilizando um resultado final mais assertivo. Deste modo, para a viabilizar a utilização da inferência de TKS, cada conjunto *fuzzy* consequente será dado por uma reta do tipo $v = \alpha u + \beta$ cujos coeficientes α e β são obtidos através do ajuste de regras de mínimos quadrados (MQ) aplicado a cada agrupamento. Assim, partimos da solução do PVI do modelo de crescimento populacional de Verhulst tradicional, descrita por:

$$P(t) = \frac{P_0 * P_\infty}{(P_\infty - P_0)e^{-rt} + P_0}, \quad (1)$$

em que P_∞ é a capacidade de suporte do meio, P_0 a população inicial e r a taxa de crescimento específico. Com o intuito de gerar um campo vetorial, adicionamos ruído às variáveis P_∞ e r . No exemplo da Figura 1(a) tomamos $P_\infty = 136,28$ e $r = 0,46$. Seguidamente, em posse do campo vetorial que representa um crescimento populacional, calculamos a sua derivada temporal, utilizando o coeficiente angular fornecido pelo método de MQ, obtendo a Figura 1(b). Posteriormente, relacionamos a derivada populacional com a população, resultando na Figura 1(c).

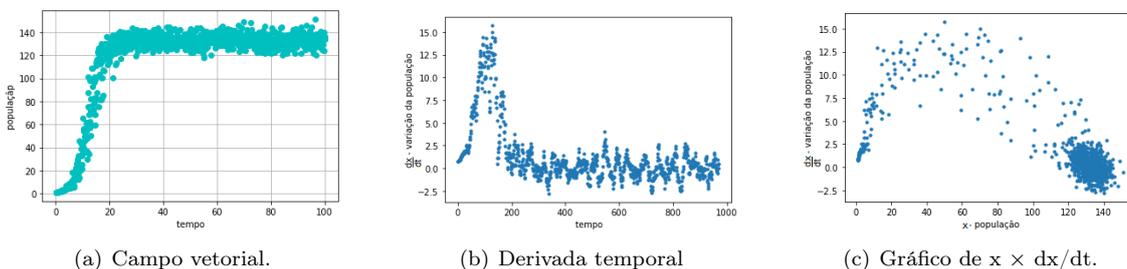


Figura 1: Tratamento de dados. Fonte: Produzido pelos autores.

¹g155579@dac.unicamp.br

²florindo@unicamp.br

³eesmi@unicamp.br

A clusterização dos dados [4] da Figura 1(c), resultou na Figura 2(a), onde aplicamos o método de *K-means*, com $K = 9$. Esse número foi obtido empiricamente após uma série de testes, que podem ser conferidos em [5]. As projeções dos grupos no eixo horizontal fornecem ferramentas para realizar as delimitações dos conjuntos *fuzzy* dos antecedentes [6], como descrito na Figura 2(b). Já os consequentes são descritos por K retas, do tipo $v = \alpha_i u + \beta_i$, com $i = 1, \dots, K = 9$ fornecidas pelo ajuste de curvas de MQ de cada grupo. Esses conjuntos antecedentes e consequentes são associados de acordo com o SBRF conjuntivas “Se a é/está A_i , então b é/está B_i ”, com $i = 1, \dots, K = 9$, o módulo de inferência de Takagi-Sugeno e defuzificação por centro de massa. Por fim, esperamos que a saída *fuzzy* fornecida pelo SBRF seja uma função que aproxima o campo da Figura 1(a). Para visualizar a solução obtida, tomamos o método numérico de Euler, resultando na Figura 2(c).

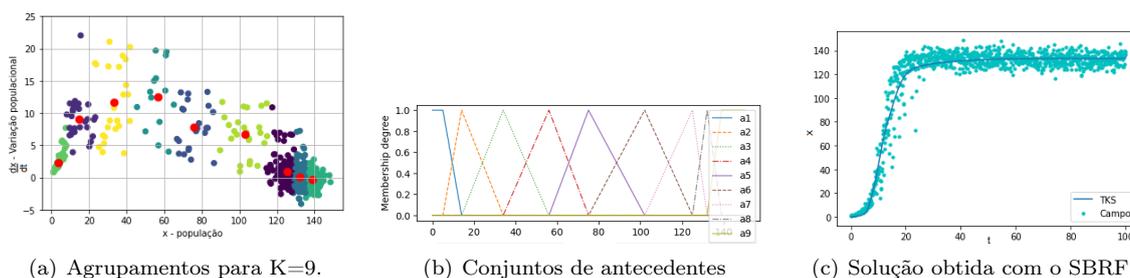


Figura 2: Resultados obtidos. Fonte: Produzido pelos autores.

Por fim, utilizamos o RMSE para comparar a solução com a curva original, ilustradas na Figura 2(c). O método com inferência de TKS obteve um RMSE de 8,12, enquanto o método com inferência de Mamdani chegou a um RMSE de 17,50. Logo, este trabalho apresentou uma melhora em relação ao resultado anterior. Esta melhoria também foi observada ao tratar de dados reais. Assim, a utilização da inferência de TKS se mostra mais adequada neste contexto.

Referências

- [1] E. H. Mamdani e S. Assilian. “An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller”. Em: **International journal of man-machine studies** 1 (1975), pp. 1–13. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0020-7373\(75\)80002-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7373(75)80002-2).
- [2] G. O. Queiroz, J. B. Florindo e E. E. Laureano. “Utilização de aprendizado de máquinas na identificação de campos vetoriais em sistemas p-fuzzy de Verhulst”. Em: **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**. 2023, pp. 010344–1.
- [3] L. C. Barros, V. F. Wasques, E. E. Laureano, D. Sánchez e F. S. P. Simões. **SISTEMAS P-FUZZY E APLICAÇÕES**. Notas minicurso CBSF. Acessado em 03/11/2021, <https://sites.google.com/unesp.br/vicbsf/minicursos?authuser=0>.
- [4] C. M. Bishop e N. M. Nasrabadi. **Pattern recognition and machine learning**. Information Science and Statistics. Springer, 2006. ISBN: 978-0-387-31073-2.
- [5] G. O. Queiroz. “Utilização de aprendizado de máquinas na identificação de campos vetoriais em sistemas p-fuzzy”. Dissertação de mestrado. Unicamp, 2023.
- [6] L. C. Barros, R. C. Bassanezi e W. A. Lodwick. **First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics**. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer, 2017. ISBN: 978-3-662-53322-2.