Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 11, n. 1, 2025.

Trabalho apresentado no XLIII CNMAC, Centro de Convenções do Armação Resort - Porto de Galinhas - PE, 2024

Aproximações de Baixa Complexidade Baseadas na Distância Euclidiana para Codificação de Imagem

W. A. S. Aleixo[1]
Graduação em Engenharia de Produção, CAA, UFPE, Caruaru, PE
R. J. Cintra[2]
Signal Processing Group, Núcleo de Tecnologia, CAA, UFPE, Caruaru, PE

A transformada discreta do cosseno (DCT) é uma técnica fundamental utilizada em processamento de imagens, descorrelação e compressão de dados, notadamente no padrão JPEG [8]. Porém, o cômputo da DCT requer aritmética de ponto flutuante [4], o que pode levar um alto custo computacional e energético em dispositivos de limitada capacidade computacional ou reduzida autonomia energética, como ilustrado no caso de redes de sensores sem fio [6]. O presente trabalho tem o objetivo de propor aproximações matriciais de baixa complexidade para a DCT de comprimento 8. Trata-se de um problema de otimização discreta cuja função objetiva a ser minimizada é a norma de Frobenius para matrizes. Para obter matrizes de baixa complexidade, foi escolhido o conjunto de multiplicandos triviais: $\mathcal{P}_2 = \{0, \pm 1, \pm 2\}$. Operações matriciais definidas em $\mathcal{P}_2$ podem ser realizadas eficientemente em aritmética inteira (representação em ponto fixo).

A metodologia proposta neste trabalho consiste em aproximar individualmente cada linha da matriz exata da DCT, na expectativa de que o conjunto de linhas otimamente aproximadas resulte numa matriz de bom desempenho. Esta técnica é baseada em [9]. Os M vetores candidatos mais próximos, em sentido euclidiano, de cada linha exata da DCT são selecionados. Considerando o processador Intel Core i7 3630QM e uma estimativa de quatro horas de busca, o valor de $M = 7$ é recomendado. A combinação dessas linhas resultou em 5764801 matrizes.

As matrizes resultantes da busca foram avaliadas segundo métricas de desempenho relevantes para compressão de imagens [8]: (i) erro de energia total (ε), (ii) erro quadrático médio (MSE), (iii) ganho de codificação (C_g) e (iv) eficiência de transformação (η). Desse modo, foram encontradas, respectivamente, as seguintes matrizes de baixa complexidade:

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & -1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & -2 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 & -1 & 1 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & -1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & -2 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

$$\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & -1 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & -1 & 1 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Cada matriz de baixa complexidade $\mathbf{T}_i$, $i = 1, 2, 3, 4$, foi submetida ao procedimento de quase-ortogonalização [3] resultando nas aproximações $\hat{\mathbf{C}}_i$, $i = 1, 2, 3, 4$. A Tabela 1 oferece uma comparação quantitativa evidenciando que as aproximações propostas apresentam desempenho comparável ou superior ao dos métodos competidores em estado da arte. As aproximações encontradas são

[1]wendy.alex@ufpe.br
[2]rjdsc@de.ufpe.br

Tabela 1: Avaliação de desempenho entre as aproximações propostas e os métodos da literatura

Matriz	ε	MSE	C_g	η	Ortogonal?
DCT (Exata)	0	0	8,8259	93,9912	Sim
$\hat{\mathbf{C}}_{\mathrm{LO}}$ [7]	0,8695	0,0061	8,3902	88,7023	Sim
$\hat{\mathbf{C}}_{\mathrm{SDCT}}$ [5]	3,3158	0,0207	6,0261	82,6190	Não
$\hat{\mathbf{C}}_{\mathrm{RDCT}}$ [2]	1,7945	0,0098	8,1827	87,4297	Sim
$\hat{\mathbf{C}}_{\mathrm{MRDCT}}$ [1]	8,6592	0,0594	7,3326	80,8969	Sim
$\hat{\mathbf{C}}_{6}$ [3]	0,8695	0,0062	8,3437	88,0594	Sim
$\hat{\mathbf{C}}_{\mathrm{R1}}$ [9]	1,2194	0,0046	8,6337	90,4615	Sim
$\hat{\mathbf{C}}_{1}$ (Proposta)	**0,4022**	0,0028	8,4721	90,1600	Não
$\hat{\mathbf{C}}_{2}$ (Proposta)	0,5190	**0,0019**	7,7166	90,8970	Não
$\hat{\mathbf{C}}_{3}$ (Proposta)	0,9815	0,0048	**8,9670**	89,1020	Não
$\hat{\mathbf{C}}_{4}$ (Proposta)	0,6359	0,0022	8,1292	**91,4020**	Não

não-ortogonais; entretanto, apresentam desvio de ortogonalidade [5] de $\approx$ 0,034—três vezes menor do que a tradicional aproximação não-ortogonal SDCT [5]. Sugere-se a existência de um *trade-off* entre o desvio de ortogonalidade e desempenho de codificação, que é alvo de investigação futura.

Agradecimentos

Esse trabalho recebeu apoio parcial do CNPq.

Referências

[1] F. M. Bayer e R. J. Cintra. "DCT-like transform for image compression requires 14 additions only". Em: **Electron. Lett.** 48.15 (2012), p. 919.

[2] F. M. Bayer e R. J. Cintra. "Image Compression via a Fast DCT Approximation". Em: **IEEE Signal Process. Lett.** 8.6 (2010), pp. 708–713.

[3] R. J. Cintra, F. M. Bayer e C. J. Tablada. "Low-complexity 8-point DCT approximations based on integer functions". Em: **Signal Process.** 99 (2014), pp. 201–214.

[4] E. Feig e S. Winograd. "On the multiplicative complexity of discrete cosine transforms". Em: **IEEE Trans. Inf. Theory** 38.4 (1992), pp. 1387–1391.

[5] T. I. Haweel. "A new square wave transform based on the DCT". Em: **Signal Process.** 81.11 (2001), pp. 2309–2319.

[6] N. Kouadria et al. "Low complexity DCT for image compression in wireless visual sensor networks". Em: **Electron. Lett.** 49.24 (nov. de 2013), pp. 1531–1532.

[7] K. Lengwehasatit e A. Ortega. "Scalable variable complexity approximate forward DCT". Em: **IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.** 14.11 (2004), pp. 1236–1248.

[8] H. Ochoa-Dominguez e K. R. Rao. **Discrete cosine transform**. Boca Raton: CRC Press, 2019.

[9] R. S. Oliveira et al. "Low-complexity 8-point DCT approximation based on angle similarity for image and video coding". Em: **Multidim. Syst. Sign. P.** 30.3 (jul. de 2018), pp. 1363–1394.