

Modelo de Absorção de Um Fluido Em Um Meio Poroso Semi-solúvel

Luciano S. M. Júnior¹

UFPE, Recife, PE

Gustavo C. Neto²

UFPE, Caruaru, PE

Processos de propagação por contato são de grande importância acadêmica e tecnológica, presentes em diversas áreas do conhecimento, relacionados a problemas como epidemias [1, 5], incêndios florestais [2, 6, 8], entre outros. De particular interesse são os processos difusivos e de transporte, envolvendo fluidos em meios porosos [4, 7]. Em um processo difusivo normal, o desvio quadrático médio da substância cresce linearmente com o tempo, porém na difusão anômala [3, 7], ele pode crescer com uma lei de potência, onde um expoente α está associado ao regime difusivo: $\alpha = 1$ (normal), $0 < \alpha < 1$ (sub-difusivo) e $\alpha > 1$ (super-difusivo); $\alpha = 2$ é denominado balístico. Neste trabalho o objetivo foi estudar a dinâmica do fluido em termos de parâmetros que representam propriedades do meio, tais como densidade e solubilidade. Foi observado como a probabilidade de vazamento do fluido quando injetado continuamente em um ponto central varia com a densidade e solubilidade do meio.

Para a realização do estudo um modelo simples para absorção de fluidos em meios porosos parcialmente solúveis foi proposto em que o meio é modelado por autômatos celulares com três estados: matéria, poro ou fluido; em uma rede bidimensional e quadrada, de lado L , com vizinhança de Moore [8]. No estado inicial, há uma concentração p de matéria com grau de insolubilidade R e $1 - p$ de poros. O autômato central está no estado fluido, representando uma fonte. A dinâmica evolui segundo as regras: (a) poro passa para fluido se vizinho de fluido; (b) matéria passa para fluido se R ou mais vizinhos são fluido. Essas regras são aplicadas sincronicamente a todos os autômatos da rede. O estado final é alcançado quando o fluido não se propagar ou haja vazamento. Foram realizadas M amostras de Monte Carlo. A probabilidade de vazamento, $P_R(p)$, foi estimada através da convergência da frequência relativa com M . Foi realizada também uma análise de tamanho finito para determinar um valor apropriado para L de maneira que os resultados não dependessem do tamanho da rede. Foram apresentados resultados para redes com $L = 2.000$, mas foram realizados testes em redes de $L = 100$ até $L = 10.000$. O limiar de vazamento, p_c , é o ínfimo de p para o qual o fluido não é capaz de atingir as bordas da rede, mas quando L é finito, seu valor precisa ser estimado; foi adotado o valor da mediana da distribuição.

A partir das simulações, construíram-se as distribuições $P_R(p)$ em termos de p e R . O caso $R = 1$, idêntico à ausência de matéria, foi omitido. Acrescentou-se o caso $R = 9$ para representar material insolúvel, reproduzindo resultados de percolação invasiva [9]. Notou-se que as curvas para $R \geq 6$ se sobrepõem. Também foi gerada a curva de $p_c(R)$ usando o critério da mediana. Observou-se que os limiares de vazamento para $R \geq 6$ são idênticos, concordando com o valor teórico do limiar de percolação para a rede quadrada com vizinhança de Moore. Destaque para $R = 5$, com valor distintivo nas estimativas de erros. Apesar da ausência de descontinuidades para $R \leq 4$, os valores de p_c foram estimados pelo critério da mediana.

¹luciano.mendesjunior@ufpe.br

²gustavo.camelont@ufpe.br

Foi notado que se o material é pouco solúvel, há uma descontinuidade da distribuição de probabilidade para um certo valor da densidade do meio, p_c , indicando uma transição de fase compatível com os resultados da teoria de percolação. Quando o material passa a ser mais solúvel, a descontinuidade desaparece, havendo um decrescimento contínuo da probabilidade de vazamento. Foram observadas duas situações intermediárias: o caso $R = 5$, em que o comportamento da distribuição de probabilidades de vazamento é descontínuo, mas em um valor de p_c maior do que o esperado em teoria de percolação; e o caso $R = 4$, onde a distribuição diminui continuamente, mas se anula em um valor $p < 1$. É provável, portanto, que as propriedades dinâmicas do fluido neste meio possam apresentar comportamentos distintos em cada situação. Ainda é preciso estudar a evolução do desvio quadrático médio do fluido no interior do meio, assim como a geometria da frente de espalhamento. É esperado um comportamento balístico na fase percolante (em que o fluido vaza facilmente), no entanto, quando o material se torna mais denso, o fluido deve percorrer caminhos longos e tortuosos, fazendo com que o desvio quadrado médio cresça mais lentamente.

Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer às professoras Tatiana Fraga e Michele Lima, líderes do Grupo de Análise, Modelagem e Otimização de Sistemas (GAMOS), pelos recursos computacionais, aos professores Sérgio Coutinho e Sérgio Campelo, pelas discussões. À FACEPE/CNPq, pelo apoio financeiro, através do PRONEX APQ-0203-1.05/08 e à PROPESQ pela oportunidade de participação como voluntário no PIBIC, cujos desdobramentos se refletem no presente trabalho.

Referências

- [1] G. Camelo-Neto e S. Coutinho. “Dynamical model for virus spread”. Em: **Fractals** 4.2 (1996), pp. 113–122.
- [2] G. Camelo-Neto e S. Coutinho. “Forest-fire model with resistant trees”. Em: **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment** 2011.6 (2011), P06018.
- [3] G. Gonçalves, M. K. Lenzi, L. S. Moraes, E. K. Lenzi e M. F. Andrade. “Difusão anômala e equações fracionárias de difusão”. Em: **Acta Scientiarum. Technology** 27.2 (2005), pp. 123–131.
- [4] J. W. Haus e K. W. Kehr. “Diffusion in regular and disordered lattices”. Em: **Physics Reports** 150.5-6 (1987), pp. 263–406.
- [5] V. M. Kenkre, L. Giuggioli, G. Abramson e G. Camelo-Neto. “Theory of hantavirus infection spread incorporating localized adult and itinerant juvenile mice”. Em: **The European Physical Journal B** 55 (2007), pp. 461–470.
- [6] R. C. Novaes. “Efeitos de incêndios florestais sobre a distribuição etária em florestas heterogêneas”. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, 2015.
- [7] E. Novais de Azevedo. “Difusão anômala em meios porosos”. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, 2005.
- [8] F. G. O. Silva. “Forest fire in heterogeneous environments: the role of enlarged active neighborhoods and random forbidden sites”. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, 2016.
- [9] D. Wilkinson e J. F. Willemsen. “Invasion percolation: a new form of percolation theory”. Em: **Journal of physics A: Mathematical and general** 16.14 (1983), p. 3365.