

## Dispersão Populacional de Populações que Interagem na Presença de Impacto Ambiental

Ana Carolina Santos da Silva,<sup>1</sup> Maria Luiza Busato,<sup>2</sup> João Frederico C. A. Meyer<sup>3</sup>  
IMECC/UNICAMP, Campinas, SP

O estudo de sistemas não-lineares de equações diferenciais ordinárias (EDOs) permitem deduzir que grande parte das situações de convívio de espécies competitivas naturais acontecem por um modo relativamente instável, já que, se existir alguma modificação que se dá por origens diversas, como é o caso da presença de uma pluma poluente em um ambiente aquático, o equilíbrio de convívio das espécies é fortemente afetado.

Para isso, se estudou a dinâmica de populações das espécies, considerando o sistema de equações de competição interespecífica, além da modelagem dos movimentos de dispersão e migração populacionais destas espécies, ambas de tipo Lotka-Volterra. Ainda, para incluir a capacidade de suporte do meio, fez-se necessário utilizar uma equação do tipo Advecção-Difusão-Reação, devido à uma analogia entre o movimento aleatório de moléculas e do movimento de seres vivos, em conjunto com a equação do tipo Lotka-Volterra [1, 2].

Ao descrever a evolução das populações, foi necessário considerar quatro pontos essenciais: dispersão populacional, dada matematicamente por  $\alpha \nabla^2 R$ , processos migratórios, dados pelo termo  $\vec{V} \cdot \nabla R$ , mortalidade induzida, descrita pela taxa  $\mu R$  e capacidade de suporte, expressa por  $\lambda R(1 - \frac{R}{K})$ .

Desse modo, com três espécies,  $P$ ,  $Q$  e  $R$ , interagindo no meio aquático, a evolução populacional para o transporte de  $R$ , foi dada por:

$$\frac{\partial R}{\partial t} - \alpha_R \nabla^2 R + \vec{V}_R \cdot \nabla R + \mu_R R = \lambda_R \left( 1 - \frac{R + \nu_{RQ}Q + \nu_{RP}P}{K} \right) - \beta_{RQ}RQ - \beta_{RP}RP, \quad (1)$$

com condição inicial  $R_0(x, y) = R(x, y, 0)$  e condição de contorno de von Neumann homogênea, em que  $\alpha$  é a dispersão populacional,  $\vec{V}$  a velocidade de migração,  $\mu$  a mortalidade induzida pelo meio,  $\lambda$  o crescimento populacional,  $K$  a capacidade de suporte do meio e  $\nu$  e  $\beta$  competições interespecíficas entre as espécies. Para o transporte de  $P$  e  $Q$  as equações são análogas.

E a evolução do poluente  $c$  é dada por:

$$\frac{\partial c}{\partial t} - \alpha \nabla^2 c + \vec{V} \cdot \nabla c + \mu c = f(x, y, t), \quad (2)$$

com condição inicial  $f_0(x, y) = f(x, y, 0)$  e condição de contorno de von Neumann homogênea, em que  $c$  é a concentração,  $\alpha$  difusibilidade,  $\vec{V}$  a velocidade,  $\mu$  o decaimento e  $f$  a intensidade da fonte.

Para a discretização do domínio de estudo, fez-se a determinação de uma malha quadriculada sobre a imagem de satélite do domínio escolhido, o lago do Parque Ecológico Prof. Hermógenes de Freitas Leão, em Campinas, SP. Cada nó da malha quadriculada foi identificado com 0, se pertencente ao meio aquático, ou 1, se pertencente ao meio terrestre. Sendo que, cada nó pertencente ao

<sup>1</sup>a196535@dac.unicamp.br

<sup>2</sup>m184230@dac.unicamp.br

<sup>3</sup>jmeyer@unicamp.br

meio aquático, foi posteriormente numerado, de 1 a  $un$ , sendo  $un$  o último nó, descrito por meio de informações básicas dos índices de nós que se encontravam à esquerda, à direita, abaixo e acima do ponto estudado e a sua condição de fronteira. Para determinar a condição de fronteira de cada ponto, além dos nós internos, foi desenvolvida uma matriz de  $n$  linhas, sendo  $n$  o número do nó numerado, e 5 colunas, para, assim, armazenar na  $n$ -ésima linha as informações do nó de índice  $i$ .

Após o domínio passar pela discretização, foram utilizados os métodos de diferenças finitas, centrado no espaço, e de Crank-Nicolson, centrado no tempo, para analisar numericamente as equações diferenciais nos nós da malha, obtendo um método incondicionalmente estável para resolver numericamente o sistema.

Os parâmetros de cada espécie  $P$ ,  $Q$  e  $R$  e do poluente  $c$  foram escolhidos de maneira hipotética, escolhidos de maneira que o número de Péclet, fosse respeitado, já que os processos de advecção precisam ser dominantes [3].

Desse modo, foram obtidos os gráficos que modulam a dinâmica interativa das populações,  $R$  como exemplo nas Figuras 1 e 2, evoluindo com o tempo, levando em consideração a difusão do poluente  $c$  no meio aquático.

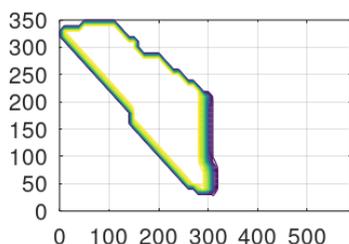


Figura 1: População  $R$  inicial. Fonte: elaborado pelos autores.

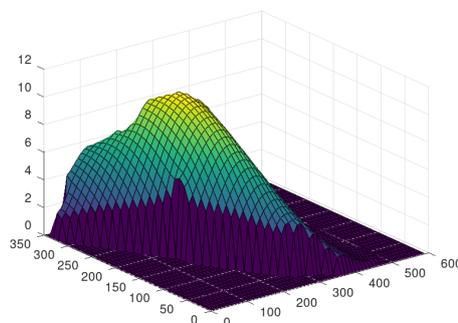


Figura 2: População  $R$  final em 3D. Fonte: elaborado pelos autores.

Neste trabalho foram simulados cenários para a dinâmica populacional com a presença de poluente em um lago, permitindo o entendimento de evolução temporal da dinâmica inter espécies em resposta ao tempo de exposição, confirmando a nocividade de um contaminante para o convívio das populações. Em termos práticos, isto possibilita uma nova maneira efetiva para estudar estratégias de contenção ou redução do impacto ambiental para as espécies atingidas. Em termos teóricos, abre portas para novos estudos, como coletar dados realistas dos parâmetros e/ou modelar um domínio diferente para o lago, com o fluxo de água indo para outro local, por exemplo.

## Referências

- [1] C. Cantrell R. S. e Cosner. **Spatial Ecology via Reaction-Diffusion Equations**. Hoboken: John Wiley e Sons, 2003. ISBN: 9780471493013.
- [2] L. Edelstein-Keshet. **Mathematical Models in Biology**. Philadelphia: Society for Industrial e Applied Mathematics (SIAM), 2006. ISBN: 9780898715545.
- [3] M. F. B. Prestes. “Dispersão de material impactante em meio aquático: modelo matemático, aproximação numérica e simulação computacional - Lagoa do Taquaral, Campinas, SP”. Dissertação de mestrado. IMECC/UNICAMP, 2011.