

# Métodos Numéricos Aplicados à Circuitos Elétricos Modelados por Equações Diferenciais Ordinárias

João G. U. Macêdo,<sup>1</sup> José G. S. Lima,<sup>2</sup> Adina Rocha<sup>3</sup>  
IFAL, Palmeira Dos Índios, AL

Os circuitos elétricos estão presentes no nosso cotidiano, desde o momento que acendemos uma lâmpada, até em situações mais complexas como receber um sinal de comunicação via satélite. Do ponto de vista científico, um circuito elétrico é um modelo matemático que simula comportamentos físicos sobre a corrente elétrica em algum material condutor fechado alimentado por um gerador elétrico. O gerador elétrico é fundamental para transformar algum tipo de energia em energia elétrica. Podemos citar um experimento bem simples, a lanterna à base de pilhas. Neste caso, a pilha é um gerador elétrico que transforma energia química através de reações de oxirredução espontâneas em energia elétrica, que se propaga no fio condutor de cobre assim que o interruptor é acionado, ou seja, nesse momento o circuito é fechado, possibilitando assim a propagação de corrente no circuito gerando luz à lâmpada que funciona como um resistor. O resistor é um componente eletrônico fundamental para transformar energia elétrica em energia térmica, e também limita o fluxo de cargas elétricas no circuito. Outros dispositivos podem ser adicionados, como por exemplo, o capacitor e o indutor. Ambos são projetados para armazenar carga elétrica, sendo que o indutor armazena na forma de campo magnético, para mais detalhes, veja [7].

Neste trabalho, iremos explorar os métodos numéricos de Euler e Runge-Kutta para solucionar problemas associados à circuitos elétricos do tipo RC e RCL que são modelados por equações diferenciais ordinárias de primeira e segunda ordem, respectivamente. Estes circuitos além de possuírem resistores (R), também possuem capacitores (RC) ou simultaneamente capacitores e indutores (RCL). Os circuitos RC são modelados por equações diferenciais ordinárias (EDO) de primeira ordem, já os circuitos RCL são modelados por uma EDO de segunda ordem, possibilitando assim um olhar diferenciado para o tratamento destes dois tipos de circuitos.

A modelagem de um circuito RC segue da aplicação da segunda lei de Kirchhoff (lei das malhas). De fato, a soma da força eletromotriz  $V(t)$ , produzida no gerador é igual a soma das quedas de potencial na resistência e no capacitor, ou seja:

$$RI(t) + \frac{1}{C}Q(t) = V(t), \quad (1)$$

onde  $R$  é a resistência,  $C$  é a capacitância,  $I(t)$  é a corrente elétrica no tempo  $t$ ,  $Q(t)$  é a carga elétrica no tempo  $t$  e  $V(t)$  é a tensão no tempo  $t$ . Como a corrente elétrica é o fluxo de carga elétrica pelo tempo,  $I(t) = \frac{dQ}{dt}$ , obtemos a EDO de primeira ordem:

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q(t) = V(t). \quad (2)$$

<sup>1</sup> jgum1@aluno.ifal.edu.br

<sup>2</sup> jgsl6@aluno.ifal.edu.br

<sup>3</sup> adina.santos@ifal.edu.br

No caso do circuito RCL, onde  $L$  é a indutância, também decorre da segunda lei de Kirchhoff a sua modelagem matemática:

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q(t) = V(t). \quad (3)$$

Com o objetivo de proporcionar uma aprendizagem significativa e eficiente da Matemática, realizamos alguns testes experimentais, como a carga e a descarga de capacitores durante determinados períodos de tempo, a fim de confrontar com os resultados analíticos e numéricos encontrados. Para os experimentos, utilizamos simulador computacional CircuitMaker [1] e MultiSim Live [5], juntamente com os equipamentos eletrônicos para a montagem dos circuitos. Na parte dos métodos numéricos de Euler e Runge-Kutta, usamos [8] e [2], para o embasamento teórico e o software livre SciLab para a implementação dos algoritmos e visualização gráfica dos resultados. Esta pesquisa se caracterizou por uma abordagem quantitativa, com procedimentos de revisão bibliográfica através de referências clássicas e atuais [3], [4], [6] e investigação científica com os experimentos realizados em laboratório.

## Referências

- [1] Altium. **CircuitMaker**. 2024. URL: <https://www.altium.com/circuitmaker/overview>.
- [2] L. C. Barroso. **Cálculo Numérico com Aplicações**. Minas Gerais: HARBRA, 2016. ISBN: 978-8576050872.
- [3] W. E. Boyce e R. C. DiPrima. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 10a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015. ISBN: 9788521636946.
- [4] D. G. Figueiredo. **Equações Diferenciais Aplicadas**. 3a. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. ISBN: 9788524402821.
- [5] Nacional Instruments. **MultiSim Live**. 2024. URL: <https://www.multisim.com/>.
- [6] M. C. R. Lourival. **Utilização de métodos numéricos para a análise da corrente e da voltagem em um circuito elétrico RC**. 2016.
- [7] J. W. Nilsson e Riedel S. A. **Circuitos Elétricos**. 10<sup>a</sup> ed. Pearson, 2016. ISBN: 9788543004785.
- [8] K. N. F. Valle. **Métodos Numéricos de Euler e Runge-Kutta**. 2012.