

Abordagem Consistente do MPFA para Simulação de Fluxo Monofásico em Aquíferos com Influência Gravitacional

José T. G. Silva,¹ Alessandro R. E. Antunes,² Fernando R. L. Contreras³
NT-CAA/UFPE, Caruaru, PE

A necessidade crescente de água e os desafios ambientais como a contaminação e a mudança climática tornam necessária uma gestão eficaz dos aquíferos, por serem uma fonte vital de água potável para a agricultura, o abastecimento humano e a manutenção dos ecossistemas. Em tal situação, a simulação computacional é essencial, permitindo uma melhor compreensão do comportamento hidrogeológico dos aquíferos e facilitando a tomada de decisões conscientes.

O modelo matemático que descreve o escoamento monofásico em aquíferos é descrito pela equação de pressão a partir da velocidade de Darcy, sendo assumido que a rocha e o fluido são incompressíveis, o meio está totalmente saturado e o escoamento é isotérmico, dado por:

$$\nabla \cdot \vec{v} = Q \quad \text{com} \quad \vec{v} = -\frac{K}{\phi \cdot \mu} (\nabla p - \rho g \Delta z) \quad (1)$$

O problema delimitado em (1) só é completamente definido quando utilizamos um conjunto apropriado de condições de contorno, correspondendo às condições de Dirichlet (Γ_D) e de Neumann (Γ_N) determinadas por $p = p_D$, em Γ_D e $\vec{v} \cdot \vec{n} = q_N$, em Γ_N , respectivamente.

Na equação (1), é considerada a parcela de fluxo devido ao gradiente de pressão e devido à força gravitacional, abordagem essa que visa cobrir uma lacuna em estudos que ignoraram o fluxo gravitacional. As alternativas mais comuns para os simuladores são considerar o termo constante ou aproximar o fluxo causado por ele de maneira simples, geralmente através de uma aproximação por dois pontos, porém, o termo gravitacional impacta tanto no fluxo vertical quanto no horizontal influenciando o fluxo ao longo da direção normal à gravidade. Devido a isso, esta pesquisa objetiva formular e simular a equação de pressão em aquíferos com propriedades físicas e geológicas complexas de forma consistente para o MVF-MPFA com adição do termo gravitacional.

Assim, os métodos empregados foram: o MPFA-O, método clássico desenvolvido por [1]; o MPFA-H, método elaborado por [3] no contexto da difusão de meios porosos; e o MPFA-D, trabalhado por [2] em problemas de deslocamentos óleo-água. Para o MPFA-O, a formulação consistente foi desenvolvida por [4] e [5], enquanto os demais foram desenvolvidos nesta pesquisa em ambiente Matlab. Para comparação, também foi utilizada uma aproximação clássica do termo gravitacional que consiste em aproximar o fluxo por dois pontos com uma ponderação de média harmônica.

O problema numérico utilizado para validar as formulações consiste em um domínio quadrado com descontinuidade na metade de sua altura, condição de contorno de Neumann (Γ_N) com fluxo nulo no topo e na base e condição de Dirichlet (Γ_D) nos lados com pressão prescrita dada pela solução analítica da força gravitacional tal que $\vec{g} = -\nabla p$. Foram analisados quatro casos variando a força gravitacional atuante no meio para cada um deles. O primeiro foi considerado uma força uniforme em todo o meio; o segundo, uma força uniforme por partes através da descontinuidade; o terceiro, uma força dada por uma função suave sem descontinuidade; e o quarto uma combinação dos casos 2 e 3. Os campos de pressões analíticos podem ser visto na figura a seguir.

¹thiago.gsilva3@ufpe.br

²alessandro.antunes@ufpe.br

³fernando.raul@ufpe.br

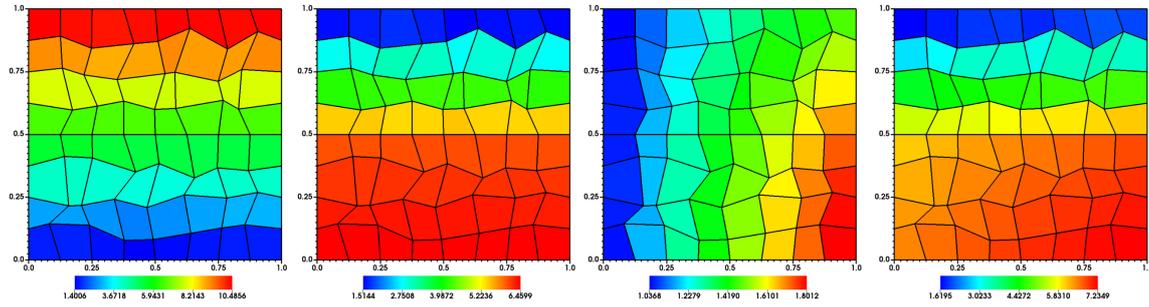


Figura 1: Campo de pressão dos casos analisados do 1 ao 4 na ordem em que aparece. Fonte: O autor.

Os testes foram realizados para malhas quadrilaterais levemente distorcidas (Figura 1) com o maior refinamento com 16384 elementos (128x128). Conforme resultados para os erros de pressão, visualizados na tabela abaixo, os experimentos numéricos demonstram que nossas formulações fornecem soluções precisas, com boa acurácia e robustez.

Tabela 1: Erro ε_p na malha mais refinada (128x128) e as taxas de convergência R_p para os testes realizados.

Casos	MPFA-O				MPFA-D				MPFA-H			
	Padrão		Consistente		Padrão		Consistente		Padrão		Consistente	
	ε_p	R_p										
1	5.4e-15	/	5.4e-15	/	2.4e-15	/	4.9e-15	/	7.4e-15	/	2.0e-14	/
2	4.0e-5	1.7	8.1e-15	/	3.4e-5	2.1	4.5e-15	/	3.4e-5	2.1	1.9e-14	/
3	2.8e-6	2.0	2.9e-6	2.0	3.2e-6	2.0	4.7e-6	2.0	1.8e-6	2.1	2.5e-6	2.3
4	3.7e-5	1.7	7.2e-7	2.0	3.1e-5	2.1	1.2e-6	2.0	3.1e-5	2.1	2.9e-6	2.2

Referências

- [1] I. Aavatsmark. “An introduction to multipoint flux approximations for quadrilateral grids”. Em: **Computational Geosciences** 6 (2002), pp. 405–432. DOI: 10.1023/A:1021291114475.
- [2] F. R. L. Contreras, P. R. M. Lyra, M. R. A. Souza e D. K. E. Carvalho. “A cell-centered multipoint flux approximation method with a diamond stencil coupled with a higher order finite volume method for the simulation of oil–water displacements in heterogeneous and anisotropic petroleum reservoirs”. Em: **Computers & Fluids** 127 (2016), pp. 1–16. DOI: 10.1016/j.compfluid.2015.11.013.
- [3] Z.-M. Gao e J.-M. Wu. “A linearity-preserving cell-centered scheme for the anisotropic diffusion equations”. Em: **Finite Volumes for Complex Applications VII-Methods and Theoretical Aspects: FVCA 7, Berlin, June 2014**. Springer, 2014, pp. 293–301. DOI: 10.1007/978-3-319-05684-5_28.
- [4] E. Keilegavlen, R. Berge, A. Fumagalli, M. Starnoni, I. Stefansson, J. Varela e I. Berre. “Porepy: An open-source software for simulation of multiphysics processes in fractured porous media”. Em: **Computational Geosciences** 25 (2021), pp. 243–265. DOI: 10.1007/s10596-020-10002-5.
- [5] M. Starnoni, I. Berre, E. Keilegavlen e J. M. Nordbotten. “Consistent mpfa discretization for flow in the presence of gravity”. Em: **Water Resources Research** 55.12 (2019), pp. 10105–10118. DOI: 10.1029/2019WR025384.