

Modelagem e Controle de Posição de uma Plataforma do Tipo Gangorra Propulsada com Motores BLDCs

João V. B. Pontes¹, Reinel B. Aguedo², Ania L. Cervantes³
 UFRPE/UACSA, Cabo de Santo Agostinho, PE

De modo a simplificar o projeto e aumentar a eficiência, assertividade e agilidade na tomada de decisão e resposta a eventos de veículos aéreos não tripulados, este trabalho avalia e compara o desempenho de várias estratégias de controle - PID (Proporcional-Integral-Derivativo), LQR (Regulador Quadrático Linear) e LQG (Linear Quadrático Gaussiano) - na estabilização da plataforma do tipo gangorra propulsada de eixo único, com dois motores elétricos de corrente contínua sem escovas, do inglês *Brushless Direct Current* (BLDC), utilizada por [1] e exibida na Figura 1.

Esta plataforma possui um grau de liberdade e possibilita o controle do ângulo de inclinação da haste (θ), mediante o controle de velocidade dos motores, por meio de aplicação de tensão (v) aos dois conjuntos motor-hélice.

Sendo assim, realizando a modelagem fenomenológica, tem-se que a dinâmica da gangorra propulsada pode ser descrita pela expressão:

$$I \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B_p \frac{d\theta(t)}{dt} = \tau_{result}(t), \text{ com } \tau_{result}(t) = l_1 F_1(t) - l_2 F_2(t) - (l_1 m_1 - l_2 m_2) g \cos\theta(t), \quad (1)$$

onde, I e B_p são, respectivamente, o momento de inércia e o coeficiente de atrito viscoso da plataforma. Já $\tau_{result}(t)$ é o torque resultante causado pelas forças de empuxo ($F(t)$) agindo nas massas m_1 e m_2 , de forma perpendicular, a uma distância l_1 e l_2 do centro da plataforma. Contudo, simplificando o sistema, pode-se considerar que $l_1 \approx l_2 \approx l$ e $m_1 \approx m_2 \approx m$. E, dessa forma, a equação (1) é pode ser reescrita como:

$$I \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B_p \frac{d\theta(t)}{dt} = lF(t), \quad \text{tal que } F(t) = F_1(t) - F_2(t). \quad (2)$$

Aplicando a Transformada de *Laplace*, considerando condições iniciais nulas, e reorganizando a expressão, obtém-se a função de transferência que relaciona a posição angular e o empuxo resultante, expressa por:

$$\frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{(l/I)}{s^2 + (B_p/I)s}, \quad (3)$$

onde que $\Theta(s)$ e $F(s)$ são as transformadas de Laplace de $\theta(t)$ e $F(t)$, respectivamente.

Contudo, a relação entre o empuxo e a velocidade angular é não linear, e conseqüentemente, com a tensão aplicada ao conjunto motor-hélice. Entretanto, é factível modelar o empuxo em relação à tensão aplicada como $F(t) = K_m v(t)$, sendo $K_m = \gamma_F (KV)^2$, em que γ_F é a constante de empuxo e KV é um índice que estabelece uma relação entre RPM (rotações por minuto) máxima e tensão de alimentação.

¹jvictorborges.pontes@gmail.com

²reinel.beltran@ufrpe.br

³ania.lusson@ufrpe.br

No entanto, há que considerar outro parâmetro dos motores BLDCs, a sua eficiência η . Logo, considerando-a, tem-se que $KVV = \eta KV$.

Posto isso, mediante o princípio de superposição, obtém-se a função de transferência e seu modelo em espaço de estados, que relacionam a posição angular do sistema em relação à tensão aplicada, como:

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{K_m(l/I)}{s^2 + (B_p/I)s} = \frac{\gamma_F(KVV)^2(l/I)}{s^2 + (B_p/I)s}, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -B_p/I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_m l/I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ 1 \end{bmatrix} \quad e \quad (5)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

em que o vetor de estados do sistema é dado por $x = [\theta \ \dot{\theta}]^T$ e a equação de saída é $y = x_1 = \theta$.

A fim de validar a modelagem e comparar a resposta das estratégias de controle aplicadas, foi realizada uma simulação, onde que o sinal de referência permanece em 0° , a posição inicial da gangorra é de 28° e há a presença de distúrbios, em 50 e 70 segundos. Portanto, a Figura 2 apresenta os comportamentos do sistema para cada estratégia de controle simulada.

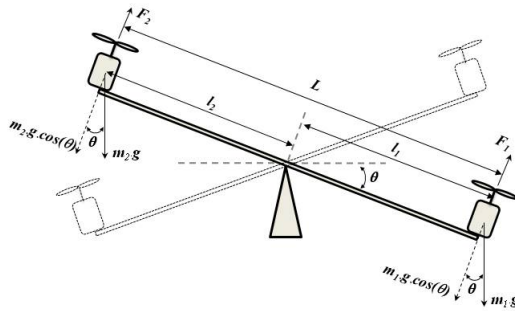


Figura 1: Sistema gangorra propulsada com dois motores. Fonte: Adaptação de [1].

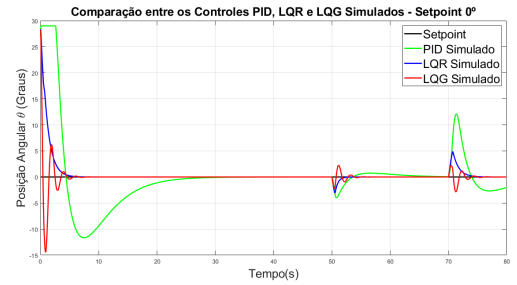


Figura 2: Comparação da simulação entre os controles PID, LQR e LQG. Fonte: Produzida pelos Autores.

Dessa forma, observou-se que os resultados obtidos para ambas as estratégias de controle foram satisfatórios, visto que foi possível estabilizar o sistema, que é tipicamente instável, em que a estratégia LQG apresentou melhor desempenho, por exibir os menores valores para os índices de desempenho integrais do erro, além de demonstrar uma resposta mais rápida, com tempo de assentamento de 3,5 segundos comparados aos 25 segundos para a estratégia PID.

Agradecimentos

Agradeço à UFRPE, em especial à UACSA, por gerar o ambiente favorável a esta enriquecedora experiência acadêmica e ao CNPq, pela bolsa (PIBIC) que viabilizou esse estudo.

Referências

[1] R. B. Aguedo, R. J. F. Silva e A. L. Cervantes. “Modelagem e controle de uma plataforma experimental do tipo gangorra de eixo único”. Em: **Congresso Brasileiro de Automática**. sbabra. Campinas/SP, Brasil, 2020, pp. 1–7.