

Modelo Matemático no Espaço de Estados de uma Caldeira de Vapor Aquatubular

Aline F. Bianco, Vinícius dos R. A. Ferreira, Leandro R. Mattioli

Departamento de Eletromecânica, CEFET-MG

38.180-510, Araxá, MG

E-mails: afbianco@araxa.cefetmg.br, vinicius.ferreira@valefert.com, leandro.mattioli@gmail.com

Resumo: Este artigo trata da modelagem de uma caldeira aquatubular baseado no modelo proposto em [2]. Nele, um modelo não linear é definido e, posteriormente linearizado, a fim de obter o modelamento em espaço de estados do sistema. A partir da obtenção deste novo modelo, o projeto de um controle de nível da caldeira poderá ser executado. Propriedades que garantem a viabilidade deste projeto são verificadas, garantindo a possibilidade do cálculo de um controlador, o que garantiria um melhor desempenho na presença de variáveis do processo.

Palavras-chave: Modelagem matemática, controle de nível, caldeira aquatubular, linearização.

1. INTRODUÇÃO

Caldeiras de vapor são equipamentos destinados a produzir e acumular vapor sob pressão superior à atmosférica. Utilizando diversas fontes de energia, a caldeira é um dos principais equipamentos do ambiente industrial, sendo amplamente utilizada na indústria química, alimentar, têxtil, etc. além de sua utilização na produção de energia. O vapor gerado por ela é utilizado para acionar turbo-geradores, aquecer produtos, esterilizar equipamentos, dentre outras aplicações.

Existem diversos tipos de caldeiras: aquatubulares, flamatubulares, de leito fluidizado, elétricas, etc., sendo a primeira a mais utilizada na produção de vapor, cujo funcionamento caracteriza-se por a água a ser aquecida passar no interior de tubos que, por sua vez, são envolvidos pelos gases de combustão. Destaca-se, entre suas vantagens: a possibilidade de utilização de temperaturas superiores a 450°C e pressões acima de 60kgf/cm^2 , a maior taxa de produção de vapor por unidade de área de troca de calor, partida rápida em razão do volume reduzido de água nos tubos e a vida útil deste equipamento que pode chegar a 30 anos.

A Figura 1 descreve o modelo simplificado de uma caldeira aquatubular de circulação natural. Este modelo é composto apenas pelos tubulões, superior (vapor) e inferior (água), e tubos ascendentes (*risers*) e descendentes (*downcomers*), além da fornalha.

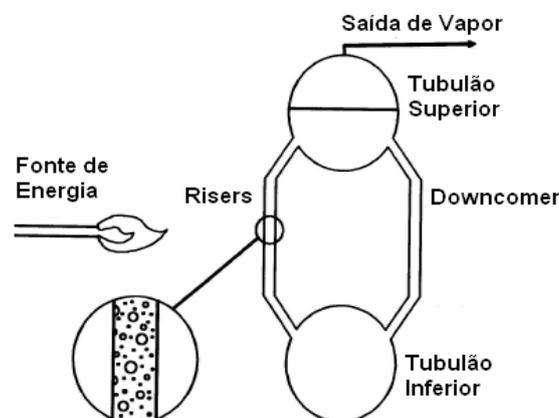


Figura 1: Modelo simplificado de uma caldeira aquatubular

O tubulão superior opera com o nível de água dentro dos limites estipulados pelo fabricante da caldeira, geralmente em torno de 50%, enquanto o tubulão inferior trabalha totalmente afogado. Os *risers* estão próximos à fonte de energia, de forma a absorver a maior quantidade de calor proveniente dos gases de combustão. Já os tubos descendentes se encontram em posição oposta à fonte de energia, não recebendo parcela significativa de calor.

No detalhe da figura é possível ver ainda a formação de bolhas de vapor nos tubos ascendentes devido ao aquecimento e ebulição da água. Por isso, há a diminuição da massa específica do fluido, que provoca um diferencial de pressão hidrostática entre estes e os tubos descendentes, gerando um fluxo do lado descendente para o ascendente. Este fenômeno físico resultará na circulação de água, permitindo o fluxo mássico do vapor para o tubulão superior e de água nos tubos descendentes para o tubulão inferior. O vapor gerado é liberado para o sistema através de uma tomada de vapor localizada na parte superior do balão da caldeira.

Modelagem para um posterior sistema de controle de caldeiras têm sido objetos de estudo de diversos trabalhos nos últimos anos. Em [1], [5] e [9] modelos e controladores utilizando lógica *fuzzy* foram considerados visando melhorar o desempenho das caldeiras, obtendo-se resultados altamente satisfatórios.

Um modelo matemático pode ser apresentado como uma representação de um sistema real, o que significa que um modelo deve representar um sistema e a forma como ocorrem modificações no mesmo [8].

Assim, podemos dizer que o objetivo mais importante de um modelo é que ele permita entender o próprio modelo de uma maneira simplificada ou então descrevê-lo de um jeito mais completo, de forma que o modelamento possa ser tão preciso quanto o mundo real.

Existem muitos modelos matemáticos que buscam representar o comportamento dinâmico de uma caldeira aquatubular, entretanto, a falta de bons modelos de processo não-linear é um gargalo na aplicação de controladores baseados em modelo. Por se tratar de um processo não linear e dependente de diversas variáveis, os métodos usuais de controle tornam-se pouco eficientes.

O controle de nível de uma caldeira é o ponto mais crítico do processo de produção de vapor, sendo de suma importância para o bom funcionamento da caldeira, bem como para a operação com segurança.

O nível deve ser controlado entre os limites especificados no manual do fabricante da caldeira, de forma que, se o nível extrapolar o limite máximo pode haver arrastamento de gotículas de água para o superaquecedor ou para as turbinas, danificando os equipamentos, gerando onerosos custos de manutenção e afetando a disponibilidade operacional dos mesmos. Caso o nível seja inferior ao limite mínimo estabelecido pode ocorrer o superaquecimento dos tubos da parede de água que alimenta o balão superior, causando a ruptura dos mesmos, podendo acarretar ainda em explosão e sérios acidentes [3].

O nível do balão de uma caldeira sofre influência de diversas variáveis físicas e de processo, como a rápida variação da demanda de vapor, [6], (principalmente na geração de energia elétrica), a variação de vazão, pressão e temperatura da água que alimenta a caldeira, a dilatação ("*shrink and swell*") da água no balão superior da caldeira devido à variação da pressão de vapor interna, que acarreta na mudança de densidade da água [4], etc.

Uma maneira de conseguir melhorar o controle de nível do balão de uma caldeira é incorporar mais conhecimento do processo nos sistemas de controle, para tal realizaremos a modelagem com base no modelo proposto em [2], que se baseia em princípios físicos e a maioria de seus parâmetros são determinados por dados de construção da caldeira.

Com o modelo matemático em mãos é possível verificar as propriedades que garantem o equacionamento de controladores para o processo.

Para o desenvolvimento deste projeto, toma-se por referência a caldeira responsável por alimentar dois turbo-geradores em uma fábrica de ácido sulfúrico da região de Araxá, Minas Gerais.

2. MODELO NO ESPAÇO DE ESTADOS

Com o passar do tempo, os sistemas de engenharia vêm se desenvolvendo com grande rapidez, fazendo com que mais variáveis tenham que ser controladas, buscando maior produção, qualidade e, por via de consequência, melhor precisão dos sistemas.

Para se alcançar esta precisão, faz-se necessário um modelamento matemático mais complexo e preciso. Para atender a um mercado mais exigente, onde há sistemas com várias entradas e saídas modelados de forma mais completa é necessário um modelamento no espaço de estados, que se refere à Teoria de Controle Moderno.

O estado de um sistema dinâmico é o menor conjunto de variáveis, tais que o conhecimento dessas variáveis em $t = t_0$, juntamente com o conhecimento da entrada para $t \geq t_0$, determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante $t \geq t_0$ [7].

A teoria de controle moderno é aplicada a sistemas de entradas e saídas múltiplas (do inglês MIMO – *multiple input – multiple output*), que podem ser lineares ou não lineares, variantes no tempo ou não.

A análise no espaço de estados envolve três tipos de variáveis que estão presentes na modelagem de sistemas dinâmicos: variáveis de entrada, representadas por $u(t)$, variáveis de saída, representadas por $y(t)$ e variáveis de estado, representadas por $x(t)$.

O equacionamento de um sistema em espaço de estados, contínuo no tempo, é definido por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{cases} \quad (1)$$

sendo a primeira equação definida como equação de estados do sistema e a segunda denominada equação de saída, onde $A(t)$ é chamada de matriz de estado, $B(t)$, matriz de entrada, $C(t)$, matriz de saída, e $D(t)$, de matriz de transmissão direta. Todas estas matrizes possuem dimensões apropriadas.

Se as matrizes $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ e $D(t)$ forem constantes, ou seja, não dependentes do tempo, o sistema é dito invariante no tempo. Se o sistema é multivariável as dimensões dos componentes do modelo são: $x(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u \times 1}$, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y \times 1}$, $C(t) \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$ e $D(t) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$.

3. MODELAMENTO DE UMA CALDEIRA DE VAPOR AQUATUBULAR

Baseando-se no modelo proposto em [2], tem-se que:

$$\begin{aligned} e_{11} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{12} \frac{dp}{dt} &= q_f - q_s \\ e_{21} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{22} \frac{dp}{dt} &= Q + q_f h_f - q_s h_s \\ e_{32} \frac{dp}{dt} + e_{33} \frac{d\alpha_r}{dt} &= Q - \alpha_r h_c q_{dc} \\ e_{42} \frac{dp}{dt} + e_{43} \frac{d\alpha_r}{dt} + e_{44} \frac{dV_{sd}}{dt} &= \frac{\partial \rho_s}{T_d} (V_{sd}^0 - V_{sd}) + \frac{h_f - h_w}{h_c} q_f \end{aligned} \quad (2)$$

em que Q é o fluxo de calor, q_f é fluxo mássico de água que entra no tubulão, V_{wt} é o volume total de água, q_s é o fluxo mássico de vapor que sai do tubulão, p é a pressão, α_r é a qualidade do vapor e V_{sd} é o volume de vapor no balão da caldeira, V_{sd}^0 é o volume de vapor no tubulão na situação hipotética quando não há condensação de vapor e e_{ij} são os coeficientes dados por:

$$\begin{aligned} e_{11} &= \rho_w - \rho_s \\ e_{12} &= V_{wt} \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + V_{st} \frac{\partial \rho_s}{\partial p} \\ e_{21} &= \rho_w h_w + \rho_s h_s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e_{22} &= V_{wt} \left(h_w \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + \rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) + V_{st} \left(h_s \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) - V_t + m_t C_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \\
 e_{32} &= \left(\rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} - \alpha_r h_c \frac{\partial \rho_w}{\partial p} \right) (1 - \bar{\alpha}_v) V_r + \left((1 - \alpha_r) h_c \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) \bar{\alpha}_v V_r + (\rho_s + (\rho_w - \rho_s) \alpha_r) h_c V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial p} - V_r \\
 &\quad + m_r C_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \\
 e_{33} &= \left((1 - \bar{\alpha}_v) \rho_s + \alpha_r \rho_w \right) h_c V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} \\
 e_{42} &= V_{sd} \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \frac{1}{h_c} \left(\rho_s V_{sd} \frac{\partial h_s}{\partial p} + \rho_w V_{wd} \frac{\partial h_w}{\partial p} - V_{sd} - V_{wd} + m_d C_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \right) + \alpha_r (1 + \beta) V_r \\
 e_{43} &= \alpha_r (1 + \beta) (\rho_s - \rho_w) V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} \\
 e_{44} &= \rho_s,
 \end{aligned} \tag{3}$$

onde h_s , h_w e h_f são as entalpias do vapor, da água e da água de alimentação, respectivamente, com $h_c = h_s - h_w$. Os parâmetros ρ_s e ρ_w são as densidades do vapor e da água; V_{st} , V_r , V_{sd} e V_{wd} são: volume total do sistema, dos risers (tubos de subida de água/vapor), de vapor e de água no balão da caldeira, respectivamente. Segue ainda que t_s é a temperatura do vapor, $\bar{\alpha}_v$ é a fração volumétrica média, β é um parâmetro empírico característico do modelo que deve ser ajustado através de testes com a planta em operação e m_r , m_d e m_t são as massas dos risers, do balão da caldeira e a massa total do sistema, respectivamente. Tem-se ainda que C_p é o calor específico do metal.

Seja x o vetor das variáveis de estado e u o vetor de entrada, com $x(t) = [V_{wt} \ p \ \alpha_r \ V_{sd}]^T$ e $u(t) = [q_f \ q_s \ Q]^T$.

O sistema será dado por

$$\begin{aligned}
 E(x(t)) \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\
 y(x(t)) &= l(x(t))
 \end{aligned} \tag{4}$$

com

$$f(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} q_f - q_s \\ Q - q_f h_f - q_s h_s \\ Q - \alpha_r h_c q_{dc} \\ \rho_s \frac{V_{sd}^0 - V_{sd}}{T_d} + \frac{h_f - h_w}{h_c} q_f \end{bmatrix}, \quad l(x(t)) = \frac{V_{wd} + V_{sd}}{A_d} \tag{5}$$

sendo

$$V_{wd} = V_{wt} - V_{dc} - (1 - \bar{\alpha}_v) V_r \tag{6}$$

$$\bar{\alpha}_v = \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_s} \left(1 - \frac{\rho_s}{(\rho_w - \rho_s) \alpha_r} \ln \left(1 + \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_s} \alpha_r \right) \right) \tag{7}$$

$$Q = \alpha_r h_c \sqrt{\frac{2 \rho_w A_{dc} (\rho_w - \rho_s) g \bar{\alpha}_v V_r}{k}} \tag{8}$$

em que V_{dc} e A_{dc} é o volume e a área dos *downcomers* (tubos de circulação de água), A_d é a área da superfície do líquido no balão e T_d é o tempo de residência do vapor dentro do tubulão.

Observe que neste modelo há quatro estados e três entradas, isto é, $x(t) \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ e $u(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$. A matriz $E(x(t))$ é invertível, portanto o modelamento no espaço de estados é possível. Caso contrário, um sistema singular de mesma ordem seria obtido.

3.1 MODELO LINEARIZADO

Seja a função f de classe C^1 . Dado um sistema autônomo

$$\dot{x} = f(x) \tag{9}$$

que pode ser reescrito como

$$\dot{x} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_e=0} x + f_{0s}(x) \tag{10}$$

sendo que $\frac{\partial f}{\partial x}$ representa o primeiro termo de desenvolvimento de $f(x)$ em Série de Taylor e $f_{0s}(x)$ representa os termos de ordem superior. Uma vez que o desenvolvimento em série é feito em torno do ponto de equilíbrio $x_e = 0$, a expressão não possui termo constante.

Desta forma, desprezando os termos de ordem superior, obtém-se o modelo linearizado:

$$\dot{x} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_e=0} x = Ax \tag{11}$$

onde $\frac{\partial f}{\partial x}$ é a matriz Jacobiana da função, denominada de A . Aplicando a linearização ao sistema, obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= E_0^{-1} J_1 \tilde{x} + E_0^{-1} J_2 u \\ y &= J_3 \tilde{x} \end{aligned} \tag{12}$$

sendo $J_1 = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_0, u=u_0}$, $J_2 = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=x_0, u=u_0}$ e $J_3 = \left. \frac{\partial l}{\partial x} \right|_{x=x_0}$.

Logo, as matrizes jacobianas J_1 e J_2 são dadas por

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_1}{\partial p} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_1}{\partial V_{sd}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_2}{\partial p} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_2}{\partial V_{sd}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_3}{\partial p} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_3}{\partial V_{sd}} \\ \frac{\partial f_4}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_4}{\partial p} & \frac{\partial f_4}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_4}{\partial V_{sd}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h_c q_{dc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\rho_s}{T_d} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_f} & \frac{\partial f_1}{\partial q_s} & \frac{\partial f_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_f} & \frac{\partial f_2}{\partial q_s} & \frac{\partial f_2}{\partial Q} \\ \frac{\partial f_3}{\partial q_f} & \frac{\partial f_3}{\partial q_s} & \frac{\partial f_3}{\partial Q} \\ \frac{\partial f_4}{\partial q_f} & \frac{\partial f_4}{\partial q_s} & \frac{\partial f_4}{\partial Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ h_f & -h_s & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ h_c & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Substituindo as equações (7) e (6) em (5), tem-se que

$$l(x(t)) = \frac{V_{wt} - V_{dc} - \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_s} \left(1 - \frac{\rho_s}{(\rho_w - \rho_s) \alpha_r} \ln \left(1 + \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_s} \alpha_r \right) \right) \right) V_r + V_{sd}}{A_d}. \tag{15}$$

Então a matriz Jacobiana J_3 será dada por

$$J_3 = \left[\frac{\partial l}{\partial V_{wt}} \quad \frac{\partial l}{\partial p} \quad \frac{\partial l}{\partial \alpha_r} \quad \frac{\partial l}{\partial V_{sd}} \right]^T = \left[\frac{1}{A_d} \quad 0 \quad \frac{\partial l}{\partial \alpha_r} \quad \frac{1}{A_d} \right]^T \tag{16}$$

com

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_r} = \frac{\frac{\rho_w \rho_s}{(\rho_w - \rho_s)^2 \alpha_r^2} \ln \left(1 + \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_s} \alpha_r \right) V_r - \frac{\rho_w \rho_s}{(\rho_w - \rho_s)^2 \alpha_r \left(1 + \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_s} \alpha_r \right)} V_r}{A_d}. \tag{17}$$

3.2 PARÂMETROS DO MODELO

Para se realizar a modelagem da caldeira, é necessário o conhecimento de alguns parâmetros físicos e de construção da mesma, retirados a partir de dados fornecidos pelo fabricante. São eles:

$$\begin{array}{lll}
 V_t = 61,49 \text{ m}^3 & V_d = 21,75 \text{ m}^3 & V_r = 18,59 \text{ m}^3 \\
 V_{dc} = 9,00 \text{ m}^3 & A_d = 14,08 \text{ m}^2 & A_{dc} = 0,234 \text{ m}^2 \\
 C_p = 550 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C}) & g = 9,81 \text{ m}/\text{s}^2 & m_d = 29100 \text{ kg} \\
 m_r = 61000 \text{ kg} & m_t = 147100 \text{ kg} & k = 25 \\
 \beta = 0,3 & T_d = 10\text{s} &
 \end{array}$$

sendo k o coeficiente de fricção do *loop downcomer-riser*.

Alguns dados são de origem operacional ou foram estipulados levando em contas as características do processo: $q_s = 27,78\text{Kg}/\text{s}$, $V_{sd}^0 = 10,88\text{m}^3$ e $h_f = 450700\text{J}/\text{Kg}$.

As seguintes variáveis foram aproximadas em função da pressão a partir da propriedade da água e do vapor saturado.

$$\begin{array}{ll}
 t(p) = 1,31 * 10^{-5}p + 198,59 & \rho_w(p) = -2,05 * 10^{-5}p + 880,23 \\
 \rho_s(p) = 5,31 * 10^{-6}p - 1,19 & h_w(p) = 305,84\ln(p) - 3563,10 \\
 h_s(p) = -1,58 * 10^{-12}p^2 + 7,34 * 10^{-6}p + 2796,6 &
 \end{array}$$

Para a simulação do sistema, é assumido que a caldeira esteja em funcionamento à uma pressão $p = 4,74\text{MPa}$ e, então, se determina as variáveis no ponto de operação e as condições iniciais são obtidas anulando as derivadas das equações de estado (2).

$$\begin{array}{l}
 q_f = q_s \\
 Q = q_s h_s - q_f h_f, \\
 Q = q_{dc} \alpha_r h_c, \\
 V_{sd} = V_{sd}^0 - \frac{T_d(h_w - h_f)}{p_s h_c} q_f
 \end{array} \tag{18}$$

A vazão de entrada de água q_f é adotada como $27,78\text{Kg}/\text{s}$ (aproximadamente $100\text{ton}/\text{h}$), em seguida se aplica na segunda equação para que se encontre o calor de entrada Q . Resolvendo o sistema de equações não lineares formado por (7) e (8), determina-se a qualidade do vapor α_r , então será possível calcular q_{dc} , e a partir da sétima equação com o valor estipulado de V_{sd}^0 e, portanto, o volume de vapor no balão V_{sd} é encontrado.

$$\begin{array}{lll}
 t(p) = 260,68^\circ\text{C} & \rho_w(p) = 983,06\text{Kg}/\text{m}^3 & \rho_s(p) = 23,98\text{Kg}/\text{m}^3 \\
 h_w(p) = 1138,13\text{KJ}/\text{Kg} & h_s(p) = 2795,89\text{KJ}/\text{Kg} & q_f = 27,78\text{Kg}/\text{s} \\
 Q = 65,150\text{MW} & p = 4,74\text{MPa} & V_{wt} = 31,21\text{m}^3 \\
 \alpha_r = 0,036 & V_{sd} = 6,08\text{m}^3 &
 \end{array}$$

Desta forma, as matrizes do espaço de estados são dadas por:

$$A = E_0^{-1} J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 998,008 * 10^{-18} & 0 \\ 0 & 0 & -1,046 * 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & -224,252 * 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 146,568 & -0,1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$B = E_0^{-1} J_2 = \begin{bmatrix} 783,94 * 10^{-6} & -1,723 * 10^{-3} & 400,516 * 10^{-12} \\ -518,015 & -1,363 * 10^3 & 801,905 * 10^{-6} \\ 19,501 * 10^{-6} & 51,297 * 10^{-6} & 62,745 * 10^{-12} \\ -9,302 * 10^{-3} & 21,018 * 10^{-3} & 6,929 * 10^{-9} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$C = J_3 = [71,023 * 10^{-3} \quad 0 \quad 7,879 \quad 71,023 * 10^{-3}]^T \tag{21}$$

e o sistema linearizado equivalente torna-se

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 998,008 * 10^{-18} & 0 \\ 0 & 0 & -1,046 * 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & -224,252 * 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 146,568 & -0,1 \end{bmatrix} \tilde{x} + \begin{bmatrix} 783,94 * 10^{-6} & -1,723 * 10^{-3} & 400,516 * 10^{-12} \\ -518,015 & -1,363 * 10^3 & 801,905 * 10^{-6} \\ 19,501 * 10^{-6} & 51,297 * 10^{-6} & 62,745 * 10^{-12} \\ -9,302 * 10^{-3} & 21,018 * 10^{-3} & 6,929 * 10^{-9} \end{bmatrix} u \quad (22)$$

$$y = [71,023 * 10^{-3} \quad 0 \quad 7,879 \quad 71,023 * 10^{-3}] \tilde{x}. \quad (23)$$

Seja \mathcal{C} a matriz de controlabilidade do sistema definida por $\mathcal{C} = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$ com $n = 4$. Após cálculo de \mathcal{C} no software Matlab®, é verificado que a matriz possui posto linha pleno. Assim, conclui-se que o sistema é controlável e, portanto, é garantida a existência de uma solução completa para o problema de projeto do sistema de controle.

4. CONCLUSÃO

Baseando-se em uma caldeira aquatubular, o modelamento matemático foi realizado utilizando o modelo proposto em [2]. A partir de dados de projeto e características físicas, foram obtidas equações diferenciais que geraram um sistema não-linear. A partir dessas equações foi realizada a linearização do sistema através do cálculo do Jacobiano no ponto de operação, o que possibilitou a obtenção do modelo espaço de estados, altamente utilizado na Teoria de Controle Moderno.

Com o modelo descrevendo o funcionamento de uma caldeira aquatubular, é possível propor métodos de controle de nível para a melhor estabilidade da mesma, viabilizando operação com segurança no processo.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Abdennour, A. “An intelligent supervisory system for drum type boilers during severe disturbances”. *Electrical Power and Energy Systems*, Saudi Arabia, v. 22, 2000.
- [2] Åström, K. & Bell, R. “Drum-boiler dynamics”. *Automatica*, v. 36, pp. 363-378, 2000.
- [3] Gilman, G. F. (Jerry). “Boiler Control Systems Engineering”. ISA – The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2007.
- [4] Gonçalves, M. G. *Monitoramento e Controle de Processos: Caldeiras*. Apostila, Petrobrás. Rio de Janeiro, 2003.
- [5] Liu, X.; Lara-Rosano, F.; Chan, C. W. “Neurofuzzy network modelling and control of steam pressure in 300mw steam-boiler system”. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Mexico City, v. 16, 2003.
- [6] Marques, F. A. P. *Modelagem e controle de nível do tubulão de uma caldeira de vapor aquatubular de uma refinaria de petróleo*. 2005. 114 f. Dissertação (Mestrado) — Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.
- [7] Ogata, K. *Engenharia de controle moderno*. 4th. ed. New York: Prentice Hall, 2003.
- [8] Sodré, Ulysses. “Modelos Matemáticos”. Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2007.
- [9] Valle, E. A.; Dieck-Assad, G. “Modeling and simulation of a fuzzy supervisory controller for an industrial boiler”. *Simulation*, Monterrey, v. 82, 2006.