

Tutoriais Interativos 3D com OpenGL/GLUT/C para o Ensino da Geometria Analítica

Mercedes Gonzales Márquez¹, Nicolas Herculano Pires², Gabriel Chiodi Ibanez³
UEMS, Dourados, MS

Resumo. A disciplina Geometria Analítica é ministrada de forma básica no Ensino Médio e de forma mais abrangente no Ensino Superior nos cursos de Matemática, Física, Ciência da Computação e Engenharias. Neste trabalho foi proposta a elaboração de um material didático que apresente a teoria através de uma ferramenta de ensino/aprendizagem chamada Tutorial GEO, a qual é uma interface gráfica composta de animações 3D e textos explicativos que auxilia o processo de aprendizado desta disciplina. Neste tutorial, o usuário pode interativamente, ajustar os parâmetros correspondentes e ter o retorno imediato do resultado.

Palavras-chave. Tutoriais 3D, OpenGL, Linguagem C, Ferramenta de Interação, Computação Gráfica, Geometria Computacional

1 Introdução

A Geometria Analítica estuda a geometria plana e espacial utilizando processos algébricos e é ministrada nos cursos de Matemática, Física, Ciência da Computação e Engenharias. Diversos problemas e dúvidas, relatados por professores e alunos afligem o processo ensino/aprendizagem desta disciplina gerando índices significativos de reprovação e/ou trancamento. Alguns destes problemas são a ausência de visualização do significado dos conceitos, escasso desenvolvimento da percepção tridimensional e falta de interatividade do aluno com o conhecimento ministrado [3, 8].

- A falta de visualização do significado dos conceitos geométricos traz como consequência que os alunos se limitem a decorá-los sem compreendê-los.
- O conceito ou desenho geométrico tridimensional apresentado em um quadro bidimensional não favorece a percepção tridimensional de objetos.
- Pouca participação dos alunos durante a ministração dos tópicos, não há muita oportunidade para o aluno interagir com o conhecimento para uma melhor assimilação do mesmo.

Uma boa alternativa para sanar essas dificuldades no processo de ensino/aprendizagem de Geometria seria o uso de ferramentas digitais gráficas 3D, pois observando os resultados visuais e participando interativamente, o aluno compreende melhor os tópicos expostos.

Existem alguns softwares que permitem criar e explorar figuras geométricas de forma interativa. O mais popular dessa categoria é o *software* GeoGebra [4], um aplicativo matemático livre, multi-plataforma, que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única *GUI* (Interface Gráfica do Usuário) e apresenta uma grande diversidade de recursos, atendendo conteúdos da disciplina de Geometria Analítica e muitos outros. No entanto, esses recursos somente poderão ser acessados

¹mercedes@uems.br

²rgm47164@comp.uems.br

³rgm47581@comp.uems.br

após um certo domínio da sintaxe e semântica dos comandos da ferramenta, precisando, portanto, um trabalho extra do professor para construção de algum tutorial interativo.

Neste artigo apresenta-se a implementação de um tutorial 3D para ensino dos principais tópicos da disciplina, os quais incluem:

1. RETAS
Reta definida por dois pontos, Reta definida por ponto e vetor, Equação paramétrica de um segmento de reta, Ângulo entre retas, Retas paralelas e Retas ortogonais.
2. PLANO
Equação geral do plano, Equação do plano a partir de 3 pontos, Equação do plano a partir de 1 ponto e 2 vetores (Equação Vetorial), Planos paralelos aos planos coordenados
3. DISTÂNCIA
Distância entre dois pontos, Distância de um ponto a uma reta, Distância entre duas retas, Distância entre dois planos e Distância entre uma reta e um plano.
4. TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS
Translação, Escala e Rotação
5. CÔNICAS
Circunferência, parábola, elipse e hipérbole.

O tutorial 3D interativo foi implementado em trabalho conjunto com alunos de Iniciação Científica do curso de Sistemas de Informação da UEMS. Este tutorial foi feito usando linguagem de Programação C, OpenGL [2] e GLUT [6].

2 OpenGL/GLUT

OpenGL [2] é uma poderosa e sofisticada API (*Application Programming Interface*) para criação de aplicações gráficas 2D e 3D. A biblioteca GLUT [6] é um pacote de funções e utilidades que permitem o uso dos recursos do OpenGL para o desenvolvimento de gráficos. A ferramenta traz diversas funções de controle de tamanho de tela, de reconhecimento de mouse e teclado, e também permite a produção de formas tridimensionais com todos os recursos disponibilizados pelo OpenGL, que é bastante versátil e útil para o desenvolvimento de aplicativos, jogos e de todos os tipos de aplicativos que dependem de renderização de objetos em três dimensões.

3 Aplicativos 3D Interativos na Educação Matemática

O uso de ambientes 3D possibilita o sentimento de "estar lá" e portanto um maior realismo e identificação com o contexto, fazendo com que o usuário consiga focar, assimilar e até se envolver emocionalmente com o conteúdo desse ambiente. Quando o ambiente 3D é um ambiente interativo soma-se a vantagem da participação do usuário na exploração e manipulação direta dos elementos do ambiente visualizando-o como concreto e próximo. Esta vantagem é de grande valor para o ensino, ainda mais, para o ensino da Matemática que ministrada de forma tradicional no quadro, gera um aluno passivo que, muitas vezes, não consegue lidar com a abstração "fria e distante" dos conteúdos. A interatividade 3D permite, portanto, que o aluno possa explorar mais possibilidades do que em um universo bidimensional, realizar experimentos práticos em 3D, vivenciando assim situações de aprendizado de forma mais realista. Recursos computacionais nesse sentido tem sido propostos para proporcionar uma experiência diferente de ensino [1], porém ainda esses recursos

não são amplamente incorporados no ensino. O grupo de pesquisa de Computação Aplicada na UEMS, ao qual a primeira autora pertence, tem ainda como um dos seus objetivos, o uso do Metaverso na Educação Matemática.

4 Cônicas como Objetos 2D Obtidas como Resultado de uma Interação 3D

Considerando duas retas r e e concorrentes em V (Figura 1(a)), a figura obtida pela rotação de r em torno de e é chamada de **superfície cônica de duas folhas** ou simplesmente chamada de **cone duplo** (Figura 1(b)). A interseção de um plano P com esta superfície é chamada de seção cônica.

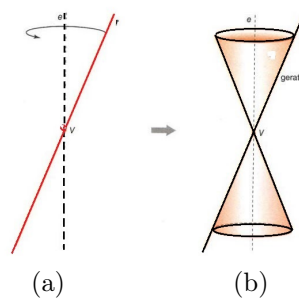


Figura 1: Superfície cônica de duas folhas. Fonte: [5]

De acordo com a inclinação desse plano P , a curva será chamada de circunferência, elipse, hipérbole ou parábola. Quando o plano P está paralelo ao plano da base do cone, a curva é uma circunferência sendo considerada um caso particular da elipse. Conforme a inclinação do plano é aumentada, encontram-se as demais curvas conforme mostra-se na Figura 2.

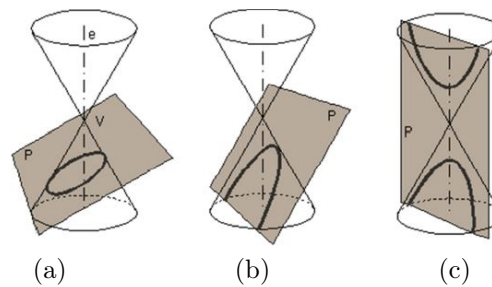


Figura 2: Cônicas como resultado da interseção de um plano com um cone duplo. Fonte: [10]

Quando o plano P corta todas as geratrizes do cone então uma elipse é gerada (Figura 2(a)), e quando o plano P intersecta o cone com uma inclinação paralela a uma de suas geratrizes, a figura que surge é uma parábola (Figura 2(b)). Já a hipérbole surge quando o cone duplo é intersectado pelo plano paralelo ao seu eixo e (Figura 2(c)). Se por outro lado, o cone é cortado por planos que passam pelo vértice V então o que se obtém são as chamadas cônicas degeneradas, que podem ser um ponto, uma reta ou duas retas.

Tradicionalmente o ensino sobre cônicas tem recaído na apresentação de cada uma das curvas planas [5, 7, 11, 12]. Pouca ou nenhuma atenção tem sido dada para levar ao aluno a focar na

interseção da superfície cônica (cone duplo) com um plano para obtenção das seções cônicas. A dificuldade maior está em representar graficamente a interseção de dois objetos espaciais na lousa ou quadro, os quais são instrumentos bidimensionais. Alguns professores têm usado como recurso maquetes artesanais (Figura 3) para demonstrar aos alunos a dinâmica envolvida nesta interseção.



Figura 3: Uso de Maquetes para explicar as seções cônicas. Fonte: [9]

O tutorial 3D proposto neste artigo inclui não apenas as seções cônicas como também conceitos de Retas, Planos e Transformações Geométricas. O aluno pode manipular os objetos tridimensionais para aprender, compreender e assimilar melhor a teoria durante e após a interação.

5 Resultados: Capturas de Tela do Tutorial 3D Interativo

Nesta seção apresentam-se algumas capturas de tela do Tutorial 3D interativo desenvolvido para ensinar Geometria Analítica. O tutorial incorpora menús, *pop-ups*, textos explicativos dos conceitos e recursos de interatividade entre o usuário e as representações gráficas com o intuito de engajar o usuário em um ambiente 3D altamente didático.

5.1 Cônicas

A primeira tela visualiza-se na Figura 4. Esta tela apresenta três divisões: A parte esquerda que contém a subjanela com o menu de opções, a parte direita superior, que contém a subjanela com a área de trabalho, na qual o usuário interage com as representações gráficas e a parte inferior direita que apresenta a descrição da seção cônica obtida na interação. Na área de trabalho, o usuário seccionou o cone duplo com um plano paralelo ao seu eixo, gerando uma hipérbole. Já na Figura 5(a) apresenta-se outra perspectiva da interseção plano e cone duplo da Figura 4 e na Figura 5(b) observa-se o resultado da interseção que é apenas a curva hipérbole sem as superfícies.

Na Figura 6 apresentam-se duas telas com o resultado da geração de mais duas seções cônicas. Na primeira, o usuário realizou o corte com um plano paralelo à geratriz do cone, obtendo uma parábola (Figura 6(a)) e na segunda tela o usuário cortou o cone com um plano que contém o eixo do cone, resultando em um par de retas (Figura 6(b)).

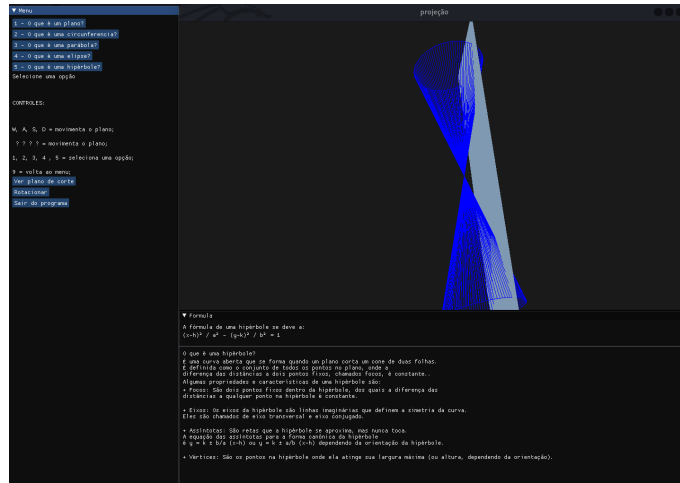


Figura 4: Corte de uma hipérbole. Fonte: dos autores.

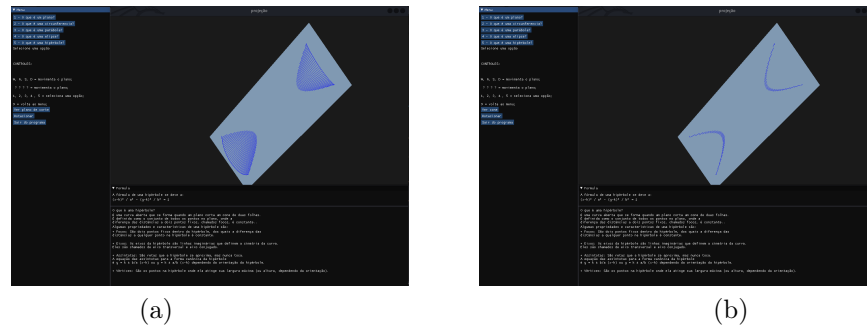


Figura 5: Interseção do plano com o cone duplo gerando a hipérbole. Fonte: dos autores.

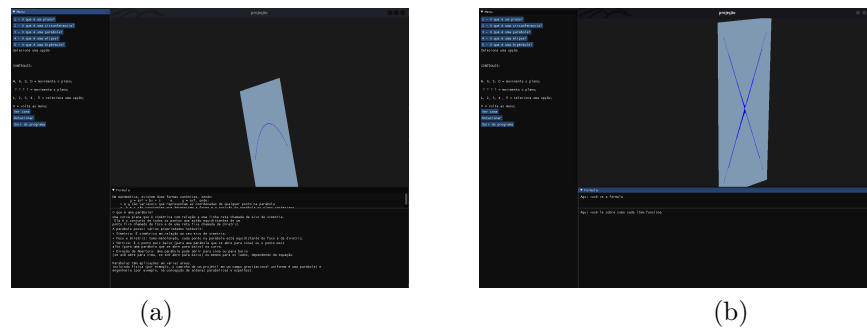


Figura 6: Seções Cônicas: (a) Interseção que gera uma parábola (b) Interseção que gera um par de retas. Fonte: dos autores.

5.2 Retas

O conceito de retas em 2D é mais comum e mais facilmente assimilado. Já o conceito de retas no espaço muitas vezes confunde o aluno por não ter sido treinado na localização e orientação

tridimensional dos objetos. Usando o aplicativo, esses conceitos são mais facilmente compreendidos graças à interação em tempo real do usuário com a representação gráfica e sua participação no ajuste dos parâmetros envolvidos. A Figura 7 apresenta a determinação de uma reta seguida pela geração automática da sua reta ortogonal (Figura 7(a)) e a determinação de uma reta seguida pela geração automática de varias retas paralelas a ela (Figura 7(b)).

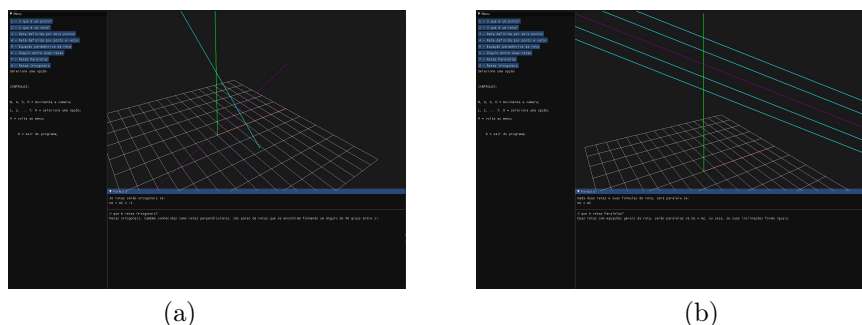


Figura 7: Retas Ortogonais e Retas Paralelas. Fonte: dos autores.

5.3 Transformações Geométricas

As transformações geométricas de translação, escala e rotação são melhor assimiladas quando os alunos interagem com um modelo ou objeto e realizam a manipulação direta através do mouse e obtêm como retorno um objeto transformado em tempo real. Na Figura 8 apresenta-se um cubo posicionado no centro de um espaço tridimensional e do lado direito o resultado após aplicar uma translação no eixo horizontal (eixo X) e depois no eixo Z (eixo da profundidade).

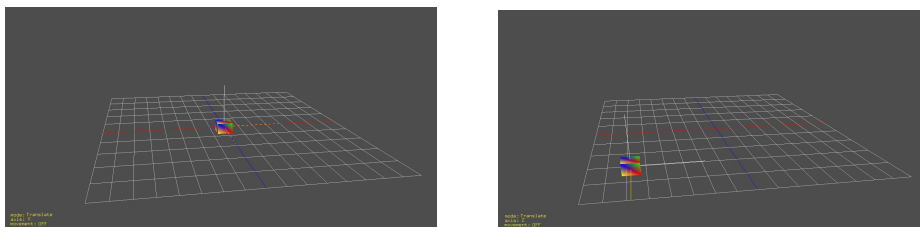


Figura 8: Cubo e a sua translação. Fonte: dos autores.

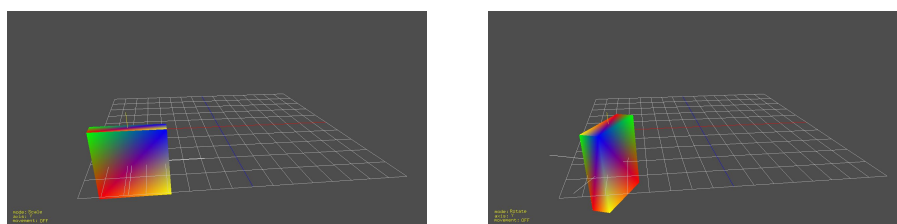


Figura 9: Transformação de Escala e Rotação. Fonte: dos autores.

Na Figura 9 o cubo que foi transladado em X e Z, agora é redimensionado através de uma transformação de escala, se tornando um paralelepípedo. Logo, após esse objeto é rotacionado em

torno do eixo Y (eixo vertical).

6 Considerações Finais

Tradicionalmente os conteúdos da disciplina Geometria Analítica, seja no nível de ensino básico ou no nível de ensino superior, têm sido ministrados usando o quadro ou usando maquetes. Nestes dois casos não se tem a percepção tridimensional desejada para a assimilação do conceito, o que conduz à transmissão apenas abstrata do conteúdo. Além disso, o aluno, a grande maioria das vezes, assiste a ministração da aula sem nenhuma participação ativa. Tudo isso incentiva ao aluno a simplesmente decorar o conteúdo para conseguir a aprovação na disciplina, ou em casos mais graves, conduz ao aluno a desistir por não compreender os conteúdos. Neste trabalho, apresenta-se um tutorial interativo 3D para uso na ministração dos tópicos da disciplina Geometria Analítica, o qual permite uma participação ativa e com uma maior identificação com o contexto do conteúdo ministrado. Como trabalhos futuros, no presente ano letivo, o tutorial deve ainda ser incorporado em um contexto de realidade virtual para uma melhor experiência tridimensional.

Referências

- [1] V. Giraldo, P. Caetano e F. Mattos. **Recursos Computacionais no Ensino da Matemática**. 1a. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. ISBN: 9788585818678.
- [2] Khronos Group. **Site oficial de OpenGL**. Online. Acessado em 14/03/2024, <http://www.opengl.org>.
- [3] P. C. C. Guedes. “Aplicação do Software GeoGebra ao Ensino da Geometria Analítica.” Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Espírito Santo, 2013.
- [4] M.Hohenwarter. **Site oficial do Software Geogebra**. Online. Acessado em 14/03/2024, <http://www.geogebra.com>.
- [5] F. Neres. “Estudo das Cônicas com Geometria Dinâmica.” Dissertação de mestrado. Universidade Estadual do Sudeste da Bahia, 2015.
- [6] P. W. Olszta. **Site oficial da GLUT**. Online. Acessado em 14/03/2024, <https://freelut.sourceforge.net/>.
- [7] G. F. Rodrigues. “As Curvas Cônicas com o Uso do GeoGebra.” Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Alagoas, 2015.
- [8] M. Secco e M. Carvalho. **O Uso do Software Geogebra no Estudo de alguns Tópicos de Álgebra Linear**. Online. Acessado em 14/03/2024, http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unicentro_mat_pdp_mariza_antoninha_secco.pdf.
- [9] P. Siegel e L. Siegel. **Blog MathHappens**. Online. Acessado em 07/11/2024, <https://www.mathhappens.org/take-and-make-conic-sections-model/>.
- [10] G. F. Sommerfeld. **Cônicas, quádricas e suas aplicações**. Online. Acessado em 20/03/2024, https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/EABA-98VH9U/1/monografia_guilhermefreire.pdf.
- [11] S. A. de Souza. “Livro Online no GEOGEBRA: Uma Ferramenta para o Ensino de Cônicas.” Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Rondonópolis, 2023.
- [12] M. R. Vier. “O Estudo das Cônicas e Quádricas com o Auxílio dos Softwares GeoGebra e R.” Dissertação de mestrado. Universidade Estadual da Paraíba, 2019.