

O Modelo de Black – Scholes e suas Implicações para os Mercados de Futuros e de Opções

Bruno F. C. da Silva* José Lucas P. Luiz Fábio S. de Souza

Departamento de Ciências Exatas, DCEX-UFVJM,
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri,
39803-371, Teófilo Otoni, MG

E-mail: brunobfcs@gmail.com, lucasvt09@hotmail.com, fabio.souza@ufvjm.edu.br

Resumo- O modelo de Black-Scholes permite a um investidor analisar criteriosamente se o preço de um ativo financeiro num processo de compra e venda é justo. Tem-se por objetivo fazer uma construção matemática deste modelo, bem como demonstrar sua resolução no tocante à determinação de possíveis soluções.

Palavras – chave: Black-Scholes, Opções Europeias, Ativos.

Introdução

Em 1973 os economistas Fischer Black e Myron Scholes apresentaram no artigo “The Pricing of Options and Corporate Liabilities” a fórmula de Black-Scholes, conforme [1], para descrever o comportamento de opções europeias. O modelo de Black-Scholes tornou-se um dos modelos mais utilizados para a precificação de ativos financeiros, como pode ser visto em [2]. Este modelo permite a um investidor analisar criteriosamente se o preço de um ativo financeiro num processo de compra e venda é justo, com uma pequena margem de erro. A partir daí, surge então a necessidade de analisar este modelo, que é utilizado até hoje em processos envolvendo grandes transações.

Metodologia

Inicialmente, foi realizada uma revisão bibliográfica dos principais artigos e livros relacionados ao assunto, bem como artigos e trabalhos sobre a Bolsa de Mercadorias e Futuros, a fim de coletar dados a respeito da precificação de opções. Após este estudo, desenvolvemos o estudo da teoria referente ao modelo de Black-Scholes, tendo início com o estudo de equações diferenciais estocásticas e, posteriormente, passando à construção do modelo propriamente dito. Uma vez vista a construção do modelo, foram realizados estudos e análises das possíveis soluções da equação de Black-Scholes, bem como estudamos também as análises da precificação de opções, objetivando futuras previsões. Por fim, tendo em mãos toda a teoria de mercado e a construção e resolução do modelo proposto por Black-Scholes apresentamos uma simulação de como esse modelo é aplicado com base em dados reais.

Apresentação do Modelo

O modelo de Black-Scholes modela o preço C de uma opção europeia, em função do tempo t e do valor S do ativo, conforme a equação abaixo,

* Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/FAPEMIG

$$\frac{\partial C}{\partial t}(t, S) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}(t, S) + rS \frac{\partial C}{\partial S}(t, S) - rC(t, S) = 0 \quad (1)$$

permitindo a um investidor obter o melhor preço possível de um derivativo financeiro.

A solução deste modelo, para a obtenção do valor de uma opção de compra, pode ser obtida com procedimentos semelhantes à solução da Equação do Calor, através do método de separação de variáveis. Fazendo algumas mudanças de variáveis transforma-se a equação de Black-Scholes em uma equação do calor, onde é possível encontrar uma expressão analítica que é dada por;

$$C(t, S) = SN \left(\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \right) - e^{-r(T-t)} EN \left(\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \right) \quad (2)$$

seguindo uma distribuição gaussiana. O modelo de Black-Scholes possui a hipótese de que os preços seguem um processo de difusão browniana ou, mais precisamente, um processo de Wiener, como pode ser visto em [2]. O parâmetro de qualquer processo de difusão é desempenhado por uma constante chamada, muitas vezes, de coeficiente de difusibilidade. No modelo de Black-Scholes, o coeficiente de difusibilidade é o σ^2 . Se recorrermos à função de distribuição (cumulativa) de uma lei de probabilidade normal de média 0 e desvio padrão 1 encontramos a solução de $C(t, S)$, sendo S nossa variável aleatória.

Com isso, é possível obter soluções para o modelo com base em dados reais negociados na bolsa de valores.

Resultados

Em nossas análises bibliográficas sentimos a carência de várias demonstrações usadas como ferramenta na construção teórica e metodológica do modelo de Black – Scholes, como por exemplo, a construção e aplicação do Lema de Itô, que pode ser visto em [3]. Outro resultado é obtido do teorema da continuidade de Kolmogorov, que garante a existência de uma versão contínua do Movimento Browniano, como pode ser visto em [3]. Um resultado forte é a resolução analítica da equação de Black – Scholes, que pode ser entendida como uma equação de convecção-difusão, através da integral de Poisson, que pode ser visto em [2].

Conclusão

A teoria de Black-Scholes para o apreamento de um ativo é de extrema importância para o mercado financeiro. Em mercados financeiros podem ocorrer eventos que influenciam nos preços de uma opção. Assim uma análise matemática dessa teoria nos ajuda a compreender melhor situações reais em economia e finanças, nos ajudando a tomar melhores decisões quando lidamos com teoria de mercados.

Referências

- [1] F. Black, M. Scholes, “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy* 81, 637–654, 1973.
- [2] E. M. Bonotto, “A equação de Black-Scholes com Ação Impulsiva”, USP-São Carlos, Maio/2008, Tese de Doutorado, Instituto de Ciências Matemáticas, Universidade de São Paulo.
- [3] B. Oksendal, “Stochastic Differential Equations”, Springer Verlag, 1998.