

# Análise Matemática e Tratamento Ótimo em Câncer via Modelo Fracionário

Matheus P. Melo<sup>1</sup> Rubens F. Camargo<sup>2</sup>

Departamento de Matemática/FC - UNESP, Bauru, SP

Os cânceres estão relacionados a uma família de doenças de divisão celular desenfreada e propagação de células cancerígenas. Em geral, a acentuação no crescimento celular se dá devido a diferentes fatores, como por exemplo, a exposição a agentes cancerogênicos, que causam mutações no DNA das células, dando origem às células anormais, processo este que pode levar anos [1, 9].

O câncer é uma das principais causas de morte no mundo e, de acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), em 2018 foi responsável por cerca de 9,6 milhões de mortes. Segundo o Instituto Nacional de Câncer (INCA), para o triênio 2023-2025 estão estimados cerca de 704 mil casos a cada ano [5], e além disso, pesquisas apontam que até 2030 mais de 20 milhões de pessoas morrerão anualmente devido à doença [9].

Segundo [9], as estatísticas apontam para a necessidade de estudos e colaborações de múltiplas áreas da ciência e tecnologia na busca da promoção de cuidados com a saúde em relação ao câncer. Na oncologia, a modelagem matemática - vista como a descrição da realidade por meio de equações ou sistemas de equações matemáticas - é uma linha de pesquisa em franco desenvolvimento, permitindo descrever a dinâmica do surgimento, crescimento e tratamento tumoral [11]. Entre diversas ferramentas para a modelagem da dinâmica tumoral, as equações diferenciais possuem destaque [2, 3], porém, devido a diferentes fatores, como a grande quantidade de parâmetros envolvidos no sistema e a complexidade do câncer, muitas vezes a descrição torna-se menos precisa, pois são necessárias muitas simplificações no modelo.

Dessa forma, o Cálculo de Ordem Arbitrária, mais conhecido como Cálculo Fracionário (CF), tem colaborado com resultados acurados [4, 7, 8, 10], apresentando vantagens, como os efeitos de memória e a simulação dos parâmetros negligenciados na modelagem usual [4].

Neste trabalho, consideramos a versão fracionária - com derivada de Caputo - do modelo proposto por [12], com o objetivo de incorporar os efeitos de memória, bem como o efeito dos parâmetros negligenciados, visando uma descrição mais ampla e precisa das possíveis dinâmicas do sistema.

Além disso, apresentamos os próximos passos a respeito da análise do tratamento ótimo via abordagem direta [6].

## Agradecimentos

Agradecemos à CAPES pela bolsa concedida - Código de Financiamento: 001 - Processo 88887.189811/2025-00.

---

<sup>1</sup>pereira.melo@unesp.br

<sup>2</sup>rubens.camargo

## Referências

- [1] B. Albertos. **Fundamentos da Biologia Celular**. Porto Alegre: Grupo A, 2017. ISBN: 9788582714065.
- [2] R. C. Bassanezi e W. C. Ferreira Júnior. **Equações diferenciais com aplicações**. São Paulo: Harbra, 1988.
- [3] W. E. Boyce e R. C. DiPrima. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. Rio de Janeiro: LTC, 2020.
- [4] R. F. Camargo e E. O. Capelas. **Cálculo Fracionário**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.
- [5] Instituto Nacional de Câncer José Alencar Gomes da Silva (INCA). **Brasil - estimativas de casos novos**. Online. Acessado em 13/03/2025, <https://www.gov.br/inca/pt-br/assuntos/cancer/numeros/estimativa/estado-capital/brasil>.
- [6] D. E. Kirk. **Optimal Control Theory: An Introduction**. Mineola, NY: Dover Publications, 2004.
- [7] L. K. B. Kuroda. “Nova modelagem fracionária aplicada à dinâmica tumoral (HPV 16)”. Tese de doutorado. IBB/UNESP, 2020.
- [8] M. D. Ortigueira e J. T. Machado. “What is a fractional derivative?” Em: **Journal of Computational Physics** 293 (2015), pp. 4–13.
- [9] R. Padmanabhan, N. Meskin e A. E. A. Moustafa. **Mathematical Models of Cancer and Different Therapies**. Singapura: Springer, 2020.
- [10] I. Podlubny. “Fractional Differential Equations”. Em: **Mathematics in Science and Engineering**. Vol. 198. Academic Press, 1999, pp. 41–119.
- [11] D. S. Rodrigues. “Modelagem matemática em câncer: dinâmica angiogênica e quimioterapia anti-neoplásica”. Dissertação de mestrado. IBB/UNESP, 2011.
- [12] P. F. Toro. “Modelagem matemática e simulação computacional do crescimento tumoral sob a inserção da quimioterapia e imunoterapia”. Dissertação de mestrado. IBB/UNESP, 2022.