Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 12, n. 1, 2026.

Trabalho apresentado no XLIV CNMAC, Fundação Getulio Vargas - Rio de Janeiro - RJ, 2025.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estimação para Dados Fuzzy em Impedância no Espaço de Números Fuzzy A-Linearmente Correlacionados

Kadu V. T. Paulino[1] Laécio C. Barros[2] Estevão E. Laureano[3]
IMECC/UNICAMP, Campinas, SP

Este trabalho apresenta uma abordagem para estimação de parâmetros e interpretação da impedância elétrica utilizando números fuzzy A-linearmente correlacionados. Considere a classe dos números fuzzy na forma $r + qA$, com $r, q \in \mathbb{R}$ e A um número fuzzy assimétrico, representado por $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$. Tal conjunto é um espaço de Banach [1]. Além disso, o operador $\Phi : \mathbb{C} \to \mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$, dado por $\Phi(r + iq) = r + qA,\ \forall\, q, r \in \mathbb{R}$, assegura que $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$ é isomorfo e isométrico ao corpo dos números complexos $\mathbb{C}$ [2]. Assim, as operações aritméticas entre os números fuzzy $B = r + qA$ e $C = s + pA$ são definidas como

$$\begin{array}{ll} B \oplus C = (r+s) + (q+p)A, & B \ominus C = (r-s) + (q-p)A, \\ B \odot C = (rs - qp) + (sq + rp)A, & B \oplus C = \left(\frac{rs+qp}{s^2+p^2}\right) + \left(\frac{qs-rp}{s^2+p^2}\right) A \end{array} \tag{1}$$

desde que $C \neq 0$ na divisão. Dessa forma, $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$ torna-se um corpo, permitindo manipulações algébricas para modelagem de incertezas em diversas áreas, como física, química e engenharia.

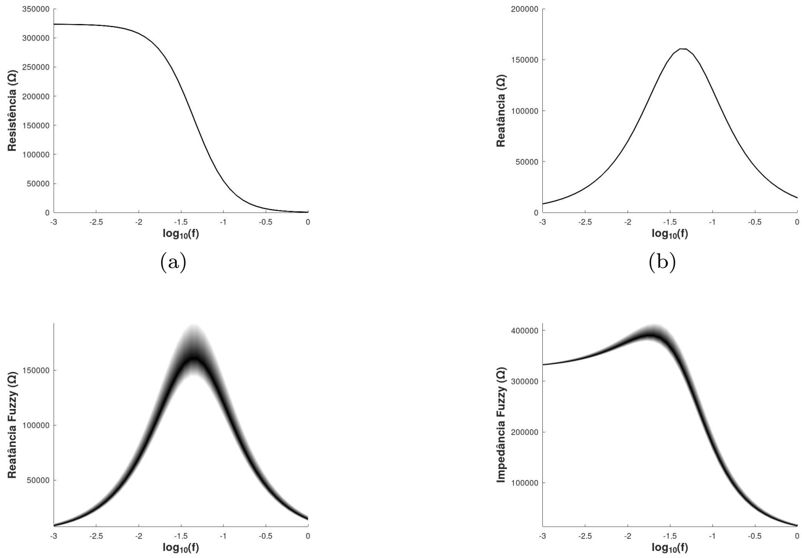
A espectroscopia de impedância avalia a resposta elétrica de sistemas pela resistência e reatância (capacitiva ou indutiva) sob corrente alternada. A impedância é definida como $Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$, onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular, R a resistência e X a reatância. No espaço $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$, pelo isomorfismo Φ, essa relação se estende a $Z(\omega) = R(\omega) + X(\omega)A$, permitindo representar a reatância como componente fuzzy e incorporar incertezas dinâmicas. A impedância de uma liga de titânio em solução de NaCl [3] é expressa em $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$ na forma

$$Z(\omega) = a \oplus (1 - \omega b \odot A)^{\gamma}, \tag{2}$$

onde os parâmetros a e b correspondem, respectivamente, à resistência (Ω) e à capacitância (F), enquanto γ caracteriza a impedância da interface eletroquímica em relação a uma superfície metálica plana, em que $\gamma = 1$. A partir da linearização em (2), utilizamos um conjunto de dados na forma $(\omega_i, Z_i) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$ baseado nos parâmetros de [3], mas considerando $\gamma = 1$ em vez de $\gamma = 0.9$. Essa modificação permite a aplicação da metodologia de quadrados mínimos fuzzy desenvolvida em $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$, incorporando incertezas na estimativa dos parâmetros, que passam a ser tratados como números fuzzy. Dessa forma, obtemos $a \approx 3.23 \times 10^5 + 1.35 \times 10^3 A$ e $b \approx 3.54 + 0.02A$.

A Figura 1 (a)–(b) ilustra as aproximações para a parte real (resistência) e a parte imaginária (reatância) da impedância. Em $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$, a resistência ($R$) segue uma curva bem definida (Figura 1 (a)), enquanto a reatância (X) é representada por uma curva fuzzy (Figura 1 (c)), refletindo a incerteza no comportamento reativo do modelo. A Figura 1 (d) mostra a aproximação para a impedância fuzzy (2), que é o resultado da adição dos efeitos da resistência e da reatância, ambas com a mesma unidade (Ω). A escolha do número fuzzy triangular $A = (0.9; 1; 1.2)$ é

[1]k243307@dac.unicamp.br
[2]laeciocb@ime.unicamp.br
[3]eelaureano@gmail.com



(a) (b) (c) (d)

Figura 1: Em $\mathbb{C}$, a resistência e a reatância são mostradas em (a) e (b). Em $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$, a reatância fuzzy aparece em (c), enquanto (d) exibe a impedância fuzzy $Z(\omega)$ para $A = (0.9; 1; 1.2)$. Fonte: dos autores.

teórico e visa representar incertezas físicas e experimentais atreladas ao fenômeno. Os resultados permitem identificar faixas de frequência mais incertas, contribuindo para a análise do modelo. Além disso, em $\mathbb{R}_{\mathcal{F}(A)}$, resistência e reatância são representadas conjuntamente por um único número fuzzy. Por exemplo, na Figura 1 (d), para o valor $\log_{10}(f) = -1.5$ a impedância $227564.96 + 147264.81(0.9; 1; 1.2)$ é igual ao número fuzzy $(360103.29; 374829.77; 404282.73)$.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente apoiado pelo CNPq sob os processos 314885/2021-8 e 311976/2023-9, FAPESP sob os processos 2022/00196-1 e 2023/06478-1.

Referências

[1] E. Esmi, F. S. Pedro, L. C. Barros e W. Lodwick, “Frechet derivative for linearly correlated fuzzy function,” **Information Sciences**, v. 435, pp. 150–160, 2018. DOI: 10.1016/j.ins.2017.12.051.

[2] L. Barros, E. Esmi, F. Simoes e M. Shahidi, “Toward calculus for functions with fuzzy inputs and outputs,” **Fuzzy Sets and Systems**, v. 518, pp. 21–42, 2025. DOI: 10.1016/j.fss.2025.109495.

[3] J. M. V. Capela, M. V. Capela e R. Magnani, “Método dos Mínimos Quadrados Complexos: Aplicações ao Estudo por Impedância Eletroquímica da Corrosão em Ligas de Titânio,” **Trends in Computational and Applied Mathematics**, v. 7, n. 2, pp. 229–236, 2006. DOI: 10.5540/tema.2006.07.02.0229.

