

Modelagem da Sífilis no Brasil Usando os Modelos de Gompertz e Verhulst com Ajuste Linear

Vitor S. Oliveira¹, Silvia D. Souza², Roberto A. C. Prata³
DM/UFAM, Manaus, AM

A sífilis é uma infecção sexualmente transmissível (IST) causada pela bactéria *Treponema pallidum*. A doença apresenta diferentes manifestações clínicas, divididas em estágios distintos, cada um com sinais e sintomas específicos. Segundo o Boletim Epidemiológico de Sífilis de 2023, entre 2012 e 2019, foram notificados no Brasil 725.460 casos de sífilis adquirida, sendo 163.569 apenas em 2019 [3]. Propomos o uso de modelos clássicos de crescimento, como os de Verhulst e Gompertz, para descrever a evolução dos casos de sífilis adquirida no Brasil.

O modelo de Verhulst é descrito pela equação diferencial:

$$\frac{dN}{dt} = (r - aN)N, \quad N(0) = N_0. \quad (1)$$

Neste modelo, $N_\infty = \frac{r}{a}$ representa a capacidade de suporte, e $r > 0$ é a constante de crescimento [2]. O ajuste dos parâmetros N_∞ e r é realizado utilizando técnicas de regressão linear, associando os valores médios de N_i com as constantes de crescimento r_i médias, conforme descrito em [1]. O índice $i = 0, \dots, 7$ corresponde aos anos de 2012 a 2019, respectivamente, utilizando dados do Boletim Epidemiológico de Sífilis de 2023 [3], sendo N_0 o número de casos em 2012, e assim sucessivamente.

O modelo de Gompertz, por sua vez, considera os mesmos parâmetros descritos na equação (1), mas com capacidade de suporte dada por $N_\infty = e^{\frac{a}{r}}$ [1]. O modelo é descrito pela equação:

$$\frac{dN}{dt} = N(a - r \ln(N)), \quad N(0) = N_0. \quad (2)$$

O ajuste dos parâmetros segue uma metodologia similar, relacionando os valores médios de $\ln(N_i)$ às constantes de crescimento r_i médias.

Com base nos dados do Boletim Epidemiológico de Sífilis de 2023, os parâmetros dos modelos foram ajustados por meio do Microsoft Excel 2019. Para o modelo de Verhulst, a reta ajustada resultou em:

$$r = -0,000002N + 0,3924, \quad (3)$$

onde $N_\infty = 196.200$ e $r = 0,3924$. Aplicando o ajuste linear na equação (1), obtemos:

$$\frac{dN}{dt} = (-0,000002N + 0,3924)N. \quad (4)$$

A partir desse resultado, foi possível traçar uma curva para o modelo de Verhulst que apresenta uma diferença percentual média de 7,42% em relação aos dados fornecidos pelo Boletim Epidemiológico de Sífilis. O gráfico correspondente pode ser observado na Figura 1. Nota-se que os dados

¹vitor-souza.oliveira@ufam.edu.br

²silviasouza@ufam.edu.br

³praroberto@ufam.edu.br

inicialmente se ajustam bem ao modelo, com uma precisão de até 0,99% em 2015, mas apresentam divergências maiores a partir de 2017, com diferenças de até 21,81%.

Para o modelo de Gompertz, a regressão linear resultou no seguinte ajuste:

$$r = 1,8602 - 0,1408 \ln(N), \quad (5)$$

com $N_\infty = 546.696$ e $r = 0,1408$. Aplicando o ajuste linear na equação (2) tem-se:

$$\frac{dN}{dt} = N(1,8602 - 0,1408 \ln(N)). \quad (6)$$

Com esse resultado, foi possível traçar a curva para o modelo de Gompertz, que apresenta uma diferença percentual média de 7,41% com uma variação mínima de 0,01% em relação ao modelo de Verhulst. O gráfico correspondente pode ser observado na Figura 1. Embora o modelo de Gompertz não apresente uma aproximação inicial tão precisa quanto o de Verhulst, ele demonstra consistência ao longo do período analisado.

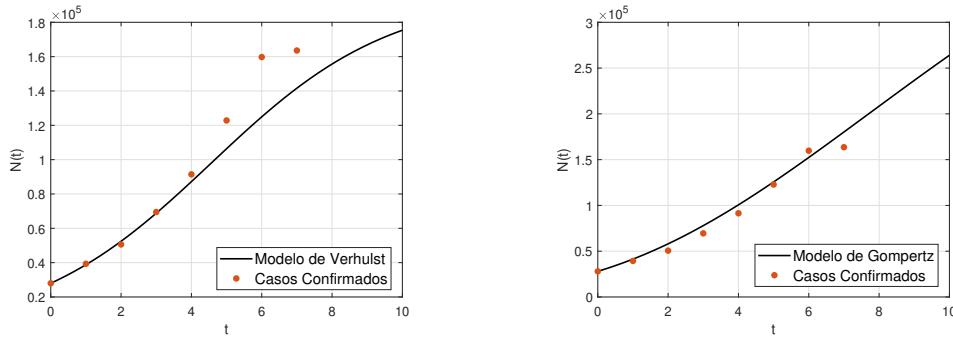


Figura 1: Projeção dos casos de sífilis adquirida no Brasil (2012-2019), utilizando os modelos de Verhulst e Gompertz. Fonte: Autor.

O objetivo dessa comparação é verificar qual modelo apresenta maior precisão para os casos de sífilis adquirida. Ambos os modelos demonstram uma aproximação satisfatória aos dados reais, com diferenças percentuais médias de 7,42% (Verhulst) e 7,41% (Gompertz). Apesar da precisão semelhante ao longo do período analisado, o modelo de Verhulst revela um ajuste mais preciso nos primeiros anos, enquanto o de Gompertz oferece projeções mais aproximadas aos dados. Esses resultados destacam a utilidade de modelos clássicos de crescimento para análise epidemiológica, embora ajustes específicos possam melhorar a acurácia e fornecer projeções mais precisas.

Referências

- [1] R. C. Bassanezi. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002. ISBN: 85-7244-207-3.
- [2] W. E. Boyce e R. C. DiPrima. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 10a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015. ISBN: 9788521627357.
- [3] Brasil. **Boletim Epidemiológico de Sífilis 2023**. Online. Acessado em 15/06/2024, <https://www.gov.br/aids/pt-br/central-de-conteudo/boletins-epidemiologicos/2023/sifilis>.