

Autômatos Celulares Áureos

Renan L. Gomes¹ Pouya Mehdipour²

UFV, Viçosa, MG

Igor N. Silva³

UFV, Florestal, MG

Autômatos Celulares (AC) são modelos usados para estudar sistemas com comportamentos complexos através de regras simples aplicadas a uma grade de células. Os Autômatos surgiram na década de 40, com Neumann [4] para o estudo de máquinas auto-replicantes. Atualmente são estudados em diversas áreas como: computação, biologia e matemática [2].

Este trabalho aborda os autômatos celulares áureos *Golden Shift*, correlacionando conceitos de sistemas dinâmicos, dinâmica simbólica, espaços de shift e blocos proibidos. Nosso principal objetivo foi realizar uma classificação baseada no esquema proposto por Wolfram [5].

Para isso, utilizamos programação em Python, além de ferramentas da teoria dos grafos, para explorar e estruturar os comportamentos resultantes.

Um autômato celular unidimensional é composto por uma grade de células (fita) em que cada célula pode assumir um estado. Dado um conjunto de estados, a evolução das células em uma fita ao longo de iterações é regida por meio de regras locais e a evolução das fitas é definida por meio de uma regra global. Em ciência de computação, um autômato celular pode ser definido por uma quíntupla da forma $C = (L, S, c_0, n, R)$, onde L e S representam o *Conjunto de Estados*. O c_0 é a *Configuração Inicial* e n representa o raio de vizinhança de uma célula. Seja \mathcal{C} o espaço de todas as configurações iniciais e N_r : vizinhança de raio r . Assim, a *Regra Local* $R : N_r(c_0) \rightarrow S$ para cada composição de vizinhança de tamanho r de uma configuração c_0 associa um elemento de S e a regra global $\tilde{R} : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ é a evolução de dinâmica ao longo de tempo [1]. Assim, caracterizamos um AC pelo conjunto de regra local e regra global associado. Nesse trabalho consideramos $S = \{0, 1\}$ e $n = 1$ e $L = 20$.

Seja $\Sigma = S^{\mathbb{Z}}$. Munindo o Σ com topologia métrica, definimos a transformação shift $\sigma : \Sigma \rightarrow \Sigma$ dada por $[\sigma(x)]_i = x_{i+1}$. Um espaço de shift é um subconjunto $X \subset \Sigma$ que é fechado e invariante por dinâmica shift [3].

Definição 1 ([3]). *Seja F um conjunto de blocos em S^M com $M \in \mathbb{N}$. O espaço $X_F \subset \Sigma$, é definido como : $X_F = \{x \in \Sigma | X \text{ não contém nenhum bloco de } F\}$. Os blocos $C \in F$ são chamados de blocos proibidos.*

Proposição 1. *Qualquer espaço X_F , onde F é o conjunto de blocos proibidos, é um espaço shift.*

Definição 2 ([3]). *Um exemplo clássico de espaço de shift é definido da seguinte maneira: seja $F = \{11\}$ o conjunto de blocos proibidos. O X_F associado é um espaço shift chamado de **Golden Shift**.*

Definição 3 ([3]). *Seja X um espaço de shift com símbolos em S e Y um espaço de shift com símbolos em B . Um **código de bloco deslizante** é um mapa contínuo $\tilde{R} : X \rightarrow Y$ com $R : B_N(X) \rightarrow B$ um mapa de código, onde $N = 2n + 1$ e $B_N(X)$ é conjunto de blocos de tamanho*

¹renan.d.gomes@ufv.br

²pouya@ufv.br

³igor.n.silva@ufv.br

N em X e tal que $[\tilde{R}(x)]_i = R(x_{[i-n, i+n]})$. Quando espaço $X = Y$ e $B = S$ o código de bloco deslizante \tilde{R} vai ser a regra global e o mapa de código R vai ser a regra local associado a um autômato celular.

Proposição 2 ([3]). *O código de bloco deslizante comuta com shift, ou seja, $(\tilde{R} \circ \sigma)(x) = (\sigma \circ \tilde{R})(x)$.*

Definição 4 (Golden AC). *Seja X_F o espaço shift do tipo Golden 2 então, um código de bloco deslizante $\tilde{R} : X_F \rightarrow X_F$ com $R : B_N(X_F) \rightarrow S$ chamamos de **Golden AC**.*

A **Classificação de Wolfram** [5] sobre autômatos celulares se dá a partir de 4 classes que são: Classe I (homogênea); Classe II (periódica); Classe III (caótica); Classe IV (complexa).

Nesse projeto de IC, encontramos todos os possíveis autômatos celulares Áureos usando o seguinte grafo, e foi estudada a classificação de tais regras para 15126 configurações iniciais com respeito à classificação de Wolfram. No estudo por meio do grafo, foi importante considerar blocos de tamanho 3 para garantir que as sequências pertençam ao espaço do *golden shift*, o qual não contém o bloco proibido 11. Como resultado final foi obtida a seguinte conclusão: os autômatos celulares do tipo Golden AC, têm comportamentos homogêneos (Classe I) ou periódicos (Classe II).

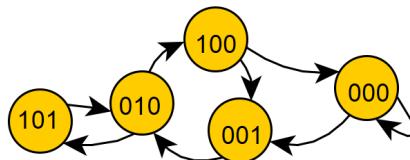


Figura 1: Grafo utilizado para a montagem das regras. Fonte: elaborada pelos autores.

Agradecimentos

Manifestamos nossa gratidão ao CNPq e FAPEMIG pelo apoio financeiro para o projeto e participação no evento.

Referências

- [1] J. Kari. “Theory of cellular automata: A survey”. Em: **Theoretical Computer Science** 334 (2005), pp. 3–33. DOI: 10.1016/j.tcs.2004.11.021.
- [2] L. Z. Lima e P. P. M. Oliveira. **Jogo da Vida: Conceitos e Aplicações**. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Escola de Informática Aplicada. Trabalho acadêmico. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2024.
- [3] D. Lind e B. Marcus. **An introduction to symbolic dynamics and coding**. 1st. ed. New York: Cambridge University Press, 1995. ISBN: 0521551242.
- [4] J. V. Neumann e A. W. Burks. **Theory of Self-Reproducing Automata**. Urbana e Chicago: University of Illinois Press, 1996.
- [5] S. Wolfram. **A New Kind of Science**. Disponível online. Champaign, IL: Wolfram Media, 2002. ISBN: 978-1579550080. URL: <https://www.wolframscience.com/nksonline/>.