Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 12, n. 1, 2026.

Trabalho apresentado no XLIV CNMAC, Fundação Getulio Vargas - Rio de Janeiro - RJ, 2025.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudando Séries Alternadas com o GeoGebra

Daniel X. Soares[1] Jaqueline M. da Silva[2]
ICET/UFVJM, Teófilo Otoni, MG

Uma série alternada é uma série matemática em que os sinais dos termos se alternam de maneira regular entre positivo e negativo. Elas são facilmente reconhecidas pela presença de uma potência de -1 com expoente dependente de "n". Este trabalho apresenta uma simulação usando algumas ferramentas do GeoGebra para auxiliar na visualização do comportamento de um exemplo de uma série alternada, conforme pode ser visualizado na Figura 1. A principal propriedade da série alternada é o Critério de Leibniz para a Convergência, conforme aponta [3]:

- Os termos da série, em módulo, formam uma sequência decrescente. Ou seja, $b_{n+1} \leq b_n, \ \forall \ n \geq 1$.
- O limite dos termos, à medida que o índice tende ao infinito, é igual a zero. Neste caso, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$.

Este critério, também conhecido como Teste da Série Alternada é utilizado para verificar a convergência de séries alternadas. Ele estabelece que uma série alternada converge se satisfizer duas condições principais. Considerando o termo $b_n > 0$, a série alternada

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}b_n = b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 - b_6 + ... \ b_n, \tag{1}$$

satisfaz:

(i) $b_{n+1} \leq b_n$ para todo n,

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$,

Diz-se que uma série alternada converge quando a soma infinita dos seus termos se aproxima de um valor finito. Isso significa que, à medida que soma-se mais termos na série, o resultado se estabiliza e se aproxima de um número específico. Se uma série alternada converge, isso quer dizer que, somando os termos com sinais alternados (positivo e negativo), a série "equilibra" os valores adicionados e subtraídos, alcançando uma soma total finita, conforme aponta o exemplo apresentado na Equação 2.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + ... \tag{2}$$

Neste exemplo a série harmônica converge para $ln(2)$. Porém, mesmo que o limite dessa função esteja tendendo a zero, tem-se $b_{n+1} \geq b_n$. Logo ela não é decrescente e então o Teste de Leibniz é inconclusivo. Ao visualizar a série no GeoGebra é possível notar que ela se estabiliza aos poucos em $ln(2)$. Uma série alternada diverge quando a soma infinita dos seus termos não se aproxima de um valor finito. Isso pode acontecer por dois motivos principais:

[1]daniel-xavier.dx@ufvjm.edu.br
[2]jaqueline.silva@ufvjm.edu.br

- O módulo dos termos (b_n) não é decrescente.
- Os limites dos termos não tendem a zero.

Se uma série alternada diverge, a soma dos termos oscila, como aponta a Equação 3.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} = 1 - 1 + 1 - 1... \quad (3)$$

Aqui, os termos $b_n = 1$ não tendem a zero. Além disso, a soma alterna entre 1 e 0 continuamente, sem estabilizar. Logo, a série diverge. Como exemplo de aplicação deste estudo de séries alternadas divergentes, apresenta-se a simulação computacional de uma série cuja representação se assemelha a um "tornado" (Equação 4), como mostra a Figura 1. Esta simulação pode ser encontrada em [2]:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\sin(n)\cdot n. \quad (4)$$

A simulação feita no GeoGebra ressalta a importância do uso de tecnologias digitais para o estudo de funções, assim como de séries e equações diferenciais, como aponta [1]. De fato, o dinamismo na visualização do fenômeno, permite detectar diversos conceitos matemáticos.

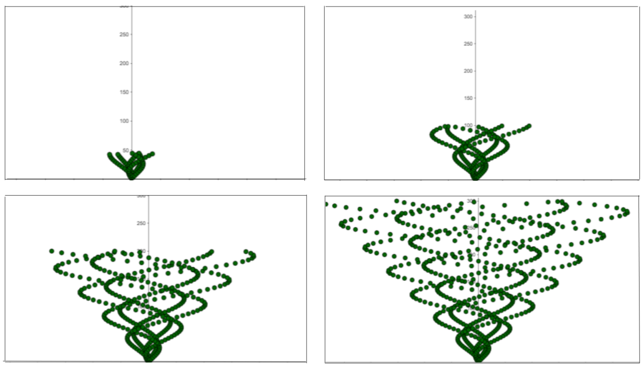

Figura 1: Simulação Computacional da Equação 4 no GeoGebra. Fonte: Figura do Autor.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG pelo apoio financeiro para participar deste evento.

Referências

[1] J. M. Da Silva, J. B. de Souza e A. Castelluber. “GeoGebra, um facilitador para o ensino de funções”. Em: **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo** 13.3 (2024), pp. 169–186. DOI: 10.23925/2237-9657.2024.v13i3p169-186.

[2] D. X. Soares. **Simulação de um Tornado**. Online. Acessado em 28/01/2025, https://www.geogebra.org/m/bttrxzfr.

[3] J. L. Stewart. **Cálculo, Volume 2**. 7a. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. ISBN: 9788529402024.