

Grade de Horários Escolar: Aprimorando Modelo Matemático de um Estudo de Caso

Ligia C. de Souza¹ Maria E. de S. Domingos² Carlos E. Toffoli³ Thiago S. Santos⁴
IFSP, Campos do Jordão, SP

A geração de grades de horários é um desafio recorrente no início do período letivo de uma instituição de ensino, que se dá principalmente pela complexidade em conseguir alinhar restrições como relacionadas a tempo, salas, especificidades de disciplinas e professores, detalhes que são particulares a cada instituição ([3]).

A pesquisa sobre o horário escolar começou por volta de 1976 ([4]) e este problema ficou conhecido na literatura como *School Timetabling Problem (STP)*, com vários estudos conduzidos mostrando sua complexidade e diferentes modelos e métodos de resolução, incluindo métodos exatos – que procuram a melhor solução do problema satisfazendo todas as restrições impostas. Um resumo recente e comparativo dessas técnicas pode ser encontrado em [6].

O STP é tão relevante que ao longo dos últimos 20 anos algumas competições foram organizadas para incentivar seu estudo, como a Competição Internacional de Horários (do inglês *International Timetabling Competition – ITC*) ([5]). Mas apesar do esforço de pesquisadores para o desenvolvimento de técnicas, fica explícita a dificuldade na criação de um sistema de agendamento de horários generalizado considerando que cada instituição de ensino possui características muito particulares ([5]). Por este motivo, geralmente os modelos são desenvolvidos para atender a uma instituição determinada devido às suas especificidades, justificando a massividade dos estudos de caso.

Assim, o presente trabalho relata os resultados de um projeto de iniciação científica que teve como foco estudar o problema de grade de horários escolar para o Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP *Campus Campos do Jordão*, analisando possíveis aprimoramentos e fazendo modificações nas abordagens de modelagem e computacional realizadas em projetos anteriores.

Para a modelagem matemática do problema consideramos as referências apresentadas em [1], [2], [3] e [4] e a sua implementação computacional foi feita com o *software* de otimização FICO Xpress Optimization. Restrições fracas, que podem ser atendidas ou não, foram tratadas como premiação na função objetivo – que trata do número de aulas atribuídas respeitando o número de aulas totais – representadas pela adição de V , como se vê nas equações (1) e (2). Outras duas funções $-W$ e $-Y$, descritas em (3) e (4), foram adicionadas na função objetivo de forma que penalizam quando há janelas entre aulas de uma mesma disciplina em um mesmo dia. Antes de apresentar o modelo, seguem as variáveis, dados e conjuntos envolvidos em sua formulação.

A variável de decisão é dada por x_{ijklmn} , tendo valor igual a 1, se o professor i leciona a disciplina j na sala k , no dia l , horário m e para o semestre n , e igual a 0, caso contrário. Os valores de i, j, k, l, m, n começam em 1 e terminam no último valor possível para cada índice, salvo o caso de algumas exceções. As matrizes de apoio são: $L(i, l, m) = 1$ se professor i pode lecionar apenas nos dias l e nos horários m ; $J(i, j) = 1$ se o professor i leciona a disciplina j ; $N(n, i) = 1$ se a disciplina i pertence ao semestre n ; $K(j) = 1$ se a disciplina j precisa de laboratório e $LAB(k) = 1$ se a sala k é laboratório. Cada um desses elementos recebe o valor nulo caso contrário. Além disso, temos $NJ(j)$ que representa a carga horária da disciplina j . Com isso, o modelo é dado por:

¹ligiacorrea@ifsp.edu.br

²eduarda.domingos73@gmail.com

³tofolis@ifsp.edu.br

⁴thiago.siqueira@ifsp.edu.br

$$\text{Max}_x z = \sum_{i,j,k,l,m,n} x_{ijklmn} + V - W - Y, \quad (1)$$

$$V = \sum_{i,j,k,l,m,n} x_{ijkl(m-1)n} + x_{ijklmn}, \quad \text{com } m \text{ iniciando em 2,} \quad (2)$$

$$W = \sum_{i,j,k,l,m,n} x_{ijkl(m-2)n} + x_{ijklmn}, \quad \text{com } m \text{ iniciando em 3,} \quad (3)$$

$$Y = \sum_{i,j,k,l,m,n} x_{ijkl(m-3)n} + x_{ijklmn}, \quad \text{com } m \text{ iniciando em 4.} \quad (4)$$

Sujeito a:

$$x_{ijklmn} = 0, \forall i, j, k, l, m, n, \quad \text{se } L(i, l, m) = 0; \quad (5)$$

$$x_{ijklmn} = 0, \forall i, j, k, l, m, n, \quad \text{se } J(i, j) = 0; \quad (6)$$

$$\sum_{i,k,l,m,n} x_{ijklmn} = NJ(j), \quad \forall j; \quad \text{e} \quad x_{ijklmn} = 0, \forall i, j, k, l, m, n, \quad \text{se } N(n, j) = 0; \quad (7)$$

$$x_{ijklmn} = 0, \forall i, l, m, n, \quad \text{se } K(j) = 1 \text{ e } LAB(k) = 0; \quad (8)$$

$$\sum_{i,j,k} x_{ijklmn} \leq 1, \quad \forall l, m, n; \quad \sum_{j,k,m} x_{ijklmn} \leq 1, \quad \forall i, l, m; \quad \text{e} \quad x_{ijklmn} \in \{0, 1\}. \quad (9)$$

Consideramos no modelo: aulas atribuídas a cada docente e dias preferenciais para lecioná-las (equações (5) e (6)); total de aulas de cada disciplina e o semestre ao qual pertence (equações (7)); uso de laboratórios e salas comuns (equação (8)); a impossibilidade de atribuir mais de uma disciplina ou docente para a mesma turma no mesmo horário, a impossibilidade de atribuir a um mesmo docente disciplinas distintas no mesmo horário e o caráter binário da variável de decisão (equações (9)). E como resultado obtivemos o horário para todos os semestres do Curso de Licenciatura em Matemática do segundo semestre de 2023 com tempo computacional inferior a 1 segundo. Apesar da solução viável obtida e aprimorada em relação a última realizada em projeto anterior, observou-se que ainda é necessário reduzir o número de janelas de docentes e turmas.

Referências

- [1] S. Ceschia, L. Di Gaspero e A. Schaerf. “Educational timetabling: Problems, benchmarks, and state-of-the-art results”. Em: **European Journal of Operational Research** 308.1 (2023), pp. 1–18. ISSN: 0377–2217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.07.011>.
- [2] L. H. de A. Dantas. “Uma abordagem metaheurística para o problema de alocação de horário escolar no IFRN.” Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2018.
- [3] A. R. T. Góes. “Otimização na distribuição da carga horária de professores. Método exato, método heurístico, método misto e interface.” Dissertação de mestrado. Universidade do Paraná, 2005.
- [4] N. Pillay. “A survey of school timetabling research”. Em: **Annals of Operations Research** 218.1 (2014), pp. 261–293. DOI: 10.1007/s10479-013-1321-8.
- [5] P. S. Santos. “Problema de Programação de Horários de Cursos Universitários da ITC2019: Modelos e Algoritmos”. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto, 2022.
- [6] J. S. Tan, S. L. Goh, G. Kendall e N. R. Sabar. “A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems”. Em: **Expert Systems With Applications** 165 (2021), p. 113943. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:224951680>.