

# Estratégias Trigonômétricas para Otimização com Muitos Objetivos Integrada a um Método de Tomada de Decisão em Problemas de Engenharia

Brenda A. Couto,<sup>1</sup> Dênis E. C. Vargas,<sup>2</sup> Jônathas D. S. de Oliveira<sup>3</sup>

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais CEFET-MG

**Resumo.** Esse trabalho propõe e analisa o desempenho do algoritmo *Many-objective Optimization Evolutionary Algorithm based on Dominance and Decomposition* (MOEA/DD) aprimorado com estratégias trigonométricas presentes no *Sin-Cossine Algorithm* (SCA) em problemas de engenharia classificados como de otimização com muitos objetivos, isto é, aqueles que possuem mais de três funções objetivo. Esse algoritmo foi denominado aqui por MOEA/DD-SCA e foi comparado ao MOEA/DD para avaliar sua performance. Experimentos computacionais foram realizados nos problemas de engenharia bem conhecidos denominados *Single-pass Work roll cooling design problem*, *Water and oil-repellent fabric development*, *Water Resources Management* e *Optimal Power Flow for Minimizing Fuel Cost, Voltage deviation, Active and Reactive Power Loss*. Os resultados mostraram que o MOEA/DD-SCA foi promissor e competitivo, uma vez que obteve uma performance global melhor quando comparado ao MOEA/DD nesses problemas, mostrando que as estratégias trigonométricas adotadas foram capazes de aprimorar o desempenho do MOEA/DD. Além disso, um método de tomada de decisão para extrair soluções da frente de Pareto é exibido e as soluções são apresentadas para tomadores de decisão que não possuem preferência pelas demais soluções obtidas em cada problema.

**Palavras-chave.** Otimização, Muitos Objetivos, Algoritmos Evolutivos, MOEA/DD, MOEA/DD-SCA, Tomada de Decisão.

## 1 Introdução

Problemas de otimização com muitos objetivos (MaOPs, do inglês *Many-Objective Optimization Problems*) são problemas onde mais de três funções objetivo devem ser otimizadas simultaneamente. Vários problemas de engenharia que são classificados como MaOPs podem ser encontrados na literatura [6, 9]. O *Single-pass Work roll cooling design problem*, por exemplo, que diz respeito ao processo de usinagem de laminação onde uma tira de metal é moldada, possui seis objetivos conflitantes. Já o problema *Water and oil-repellent fabric development*, que surge na indústria têxtil onde o objetivo é produzir tecidos de alto valor alcançando hidrofobicidade, permitindo que o tecido repela água e óleo, possui sete objetivos conflitantes. A descrição completa desses dois problemas está disponível em [9]. Outros exemplos podem ser encontrados em [6], tais como o *Water Resources Management*, que possui cinco funções objetivo para satisfazer a demanda e reduzir custos, respeitando as restrições hidráulicas, e o *Optimal Power Flow for Minimizing Fuel Cost, Voltage deviation, Active and Reactive Power Loss*, que possui quatro funções objetivo para determinar as configurações ideais de potência dos geradores que torna a operação da rede elétrica econômica e eficiente.

---

<sup>1</sup>brendacouto04@gmail.com

<sup>2</sup>denis.vargas@cefetmg.br

<sup>3</sup>jonathasoliveira@cefetmg.br

Um dos principais algoritmos para resolver MaOPs é o *Many-Objective Evolutionary Algorithm based on Dominance and Decomposition* (MOEA/DD), proposto em [7]. Ele combina as abordagens baseadas em dominância de Pareto e decomposição para equilibrar convergência e diversidade no processo evolutivo, além de utilizar uma estratégia de decomposição para dividir o problema original em vários subproblemas escalarizados, os quais são resolvidos simultaneamente. [10] realizou uma avaliação dos desempenhos de vários algoritmos baseados em decomposição e concluiu que o MOEA/DD apresentou uma das melhores performances.

O *Sine-Cosine Algorithm* (SCA), proposto em [8], é um algoritmo de otimização que emprega funções trigonométricas seno e cosseno para guiar a exploração do espaço de busca, atualizando a posição das soluções candidatas utilizando oscilações senoidais e cossenoidais. [4] faz um estudo de diversos trabalhos na literatura que utilizam SCA e recomendou algumas possíveis direções de pesquisa futura. Dentre elas, estão combinar SCA com outros algoritmos, lidar com MaOPs e aprimorar o SCA para ser aplicado em alguns problemas de otimização complexos e do mundo real em diferentes áreas, como engenharia elétrica, civil e mecânica.

O MOEA/DD e o SCA são exemplos de Algoritmos Evolucionários (AEs), os quais tem muitas aplicações em problemas de engenharia [2, 11]. Existem diversos trabalhos na literatura que hibridizam dois ou mais AEs para resolver problemas de forma mais eficientes, potencializando as vantagens de cada um deles [3, 15, 16]. Assim, esse trabalho propõe hibridizar o MOEA/DD com o SCA, denominado aqui por MOEA/DD-SCA, e avaliar seu desempenho nos quatro MaOPs de engenharia mencionados anteriormente. Experimentos computacionais foram realizados no indicador de desempenho *Inverted Generational Distance Plus* (IGD+) [5], além da aplicação do Teste de Wilcoxon para identificar diferenças estatisticamente significativas entre os resultados obtidos. Um método de tomada de decisão para extrair soluções da frente de Pareto é exibido e as soluções obtidas por esse método dão apresentadas.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 define os problemas de otimização e descreve os algoritmos evolutivos utilizados. Os experimentos computacionais e uma análise dos resultados são apresentados e discutidos na Seção 3. Por fim, a Seção 4 revela as conclusões e possíveis direções para trabalhos futuros.

## 2 Otimização Multiobjetivo e Algoritmos Evolutivos

Os MaOPs podem ser definidos como

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\vec{x}) = [f_1(\vec{x}), \dots, f_P(\vec{x})] \\ \text{s.a.} \quad & \vec{x} \in D \subseteq \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $f_p : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  com  $p = 1, \dots, m$  são chamadas de funções objetivo,  $\mathbb{R}^n$  é chamado de espaço das variáveis e  $\mathbb{R}^m$  de espaço dos objetivos. Uma solução do MaOP domina outra quando é melhor em pelo menos um dos objetivos e não é pior nos demais. A frente de Pareto de um MaOP é o conjunto de soluções factíveis que não são dominadas entre si e superam todas as outras no espaço de busca que não estão nesse conjunto.

Algoritmos baseados em decomposição trabalham decompondo um MaOP (Eq. (1)) em vários subproblemas de otimização monobjetivo e os otimiza simultaneamente. Considere  $\vec{\lambda}^1, \dots, \vec{\lambda}^N$  um conjunto de  $N \in \mathbb{N}$  vetores peso, qualquer que seja  $N$ , e  $\vec{z}^* = (z_1, \dots, z_m)$  um ponto de referência, onde  $z_i$  é o melhor valor encontrado até o momento para a função objetivo  $f_i$ . Utilizando a função de agregação Tchebycheff, a função objetivo do  $j$ -ésimo problema pode ser definida como

$$g(\vec{x} | \vec{\lambda}^j, \vec{z}^*) = \max\{\lambda_i^j | f_i(\vec{x}) - z_i^* | \} \quad (2)$$

em que  $\vec{\lambda}^j = (\lambda_1^j, \dots, \lambda_m^j)$ , onde  $\lambda_i^j \geq 0$  com  $i = 1, \dots, m$  e  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^j = 1$ .

Para cada  $\vec{\lambda}^j$ , dentre os outros vetores peso, aqueles mais próximos são considerados seu conjunto de vizinhança. Dessa forma, a vizinhança do  $j$ -ésimo subproblema será definida pelos subproblemas que possuem seu vetor peso na vizinhança de  $\vec{\lambda}^j$ . Assim, forma-se uma população com a melhor solução encontrada para cada subproblema (Eq.(2)), que será utilizada no restante do algoritmo (reprodução e atualização das soluções). A Figura 1 ilustra um exemplo com 6 vetores peso.

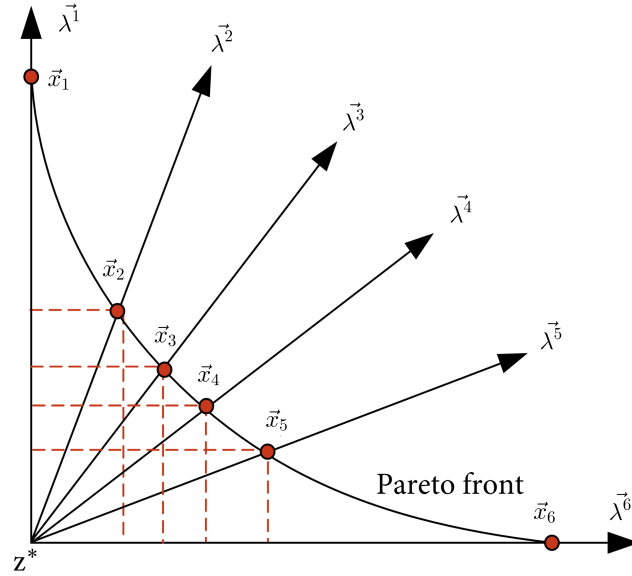


Figura 1: Algoritmos baseados em decomposição tem por objetivo minimizar a distância de cada ponto da população até o ponto de referência ideal  $z^*$ . Fonte: Extraída de [10].

MOEA/DD propõe um paradigma unificado que combina abordagens baseadas em dominância e decomposição para explorar o equilíbrio entre convergência e diversidade no processo evolutivo. O MOEA/DD utiliza um método para gerar um conjunto de vetores peso uniformemente distribuídos no espaço de busca. Cada vetor peso no MOEA/DD define um subproblema e, simultaneamente, estima a densidade local de uma população.

O SCA se baseia nas propriedades das funções trigonométricas seno e cosseno, conhecidas por sua periodicidade e oscilação entre -1 e 1, possibilitando uma exploração eficaz do espaço de busca. Neste algoritmo, as soluções candidatas são adaptadas conforme a Equação (3) a seguir:

$$\vec{x}_i^{t+1} = \begin{cases} \vec{x}_i^t + r_1 \times \sin(r_2) \times |r_3 \vec{v}_i^t - \vec{x}_i^t|, & r_4 < 0.5 \\ \vec{x}_i^t + r_1 \times \cos(r_2) \times |r_3 \vec{v}_i^t - \vec{x}_i^t|, & r_4 \geq 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

onde  $r_1, r_2, r_3$  e  $r_4$  são números aleatórios entre 0 e 1,  $\vec{x}_i^t$  é o  $i$ -ésimo elemento da população na geração  $t$  e  $\vec{v}$  é uma solução de destino.

### 3 Experimentos Computacionais

O algoritmo proposto, MOEA/DD-SCA, opera de maneira semelhante ao MOEA/DD, incorporando as estratégias trigonométricas do SCA. Os códigos em MATLAB do MOEA/DD estão dis-

poníveis no PlatEMO [14], enquanto os códigos para o SCA pode ser encontrado em [8]. Os desempenhos do MOEA/DD-SCA e do MOEA/DD foram comparados nos problemas *Single-pass Work roll cooling design problem* (SPWRCDP), *Water and oil-repellent fabric development* (WORFD), *Water Resources Management* (WRM) e *Optimal Power Flow for Minimizing Fuel Cost, Voltage deviation, Active and Reactive Power Loss* (OPFVARPL). Cada algoritmo foi executado 30 vezes e cada aproximação da frente de Pareto obtida foi avaliada no indicador de desempenho IGD+, o qual é calculado pela equação

$$\text{IGD}(A) = \frac{1}{|Z|} \left( \sum_{j=1}^{|Z|} \hat{d}_j^m \right)^{1/m} \quad (4)$$

onde  $\hat{d}_j$  é a distância de  $\bar{z}_j$  à solução mais próxima de  $A$ . O IGD+ é o IGD com a seguinte definição de distância à região dominada:

$$d^+(\bar{z}, \vec{a}) = \sqrt{d_1^{+2} + \dots + d_m^{+2}} = \sqrt{(\max\{a_1 - z_1, 0\})^2 + \dots + (\max\{a_m - z_m, 0\})^2}. \quad (5)$$

O algoritmo que obtiver menor valor do IGD+ será o mais eficiente. A Tabela 1 apresenta a média dos valores do IGD+ obtidos pelos dois algoritmos. A existência de diferenças estatisticamente significativas segundo o teste de Wilcoxon (p-valor < 0,05) é indicada pelo símbolo (+).

Em um MaOP, o objetivo é apresentar ao tomador de decisão (DM, do inglês *Decision Maker*) um conjunto de soluções Pareto-ótimas, isto é, aquelas que estão na frente de Pareto. Uma dessas soluções é então escolhida pelo DM de acordo com suas preferências. Como se tem várias funções objetivo conflitantes a serem minimizadas, o processo de tomada de decisão que visa determinar a melhor alternativa pode ser interpretado como uma tomada de decisão multicritério (MCDM, do inglês *Multi-Criteria Decision-Making*). Caso o DM não tenha nenhuma preferência entre as soluções da frente de Pareto obtidas, como método de tomada de decisão MCDM das soluções da frente de Pareto de cada problema, utilizamos aquela que está a uma menor distância do ponto ideal, como sugerido por [1] e ilustrado na Figura 2. Na Tabela 2 são apresentadas as soluções obtidas pelo MOEA-DD-SCA extraídas por esse MCDM.

Tabela 1: Médias dos resultados do IGD+ obtidos pelos algoritmos MOEA-DD e MOEA-DD-SCA. Os melhores estão destacados em negrito, enquanto (+) indica p-valor < 0,05 no teste de Wilcoxon.

		MOEA-DD	MOEA-DD-SCA
WRM	Mín	590,1626	240,7256
	Média	718,5733 (+)	<b>341,3983</b>
	Máx	1237,8	509,449
	DP	157,1312	74,5562
OPFVARPL	Mín	0,5009	1,8613
	Média	3,3801	<b>3,0365</b>
	Máx	9,6416	5,2354
	DP	2,6987	0,7943
SPWRCDP	Mín	26,9116	11,4744
	Média	42,9388 (+)	<b>27,1366</b>
	Máx	79,6632	49,1545
	DP	12,4964	9,9421
WORFD	Mín	0,4743	0,5289
	Média	70,6969 (+)	<b>0,7522</b>
	Máx	96,1009	0,8084
	DP	42,848	0,0469

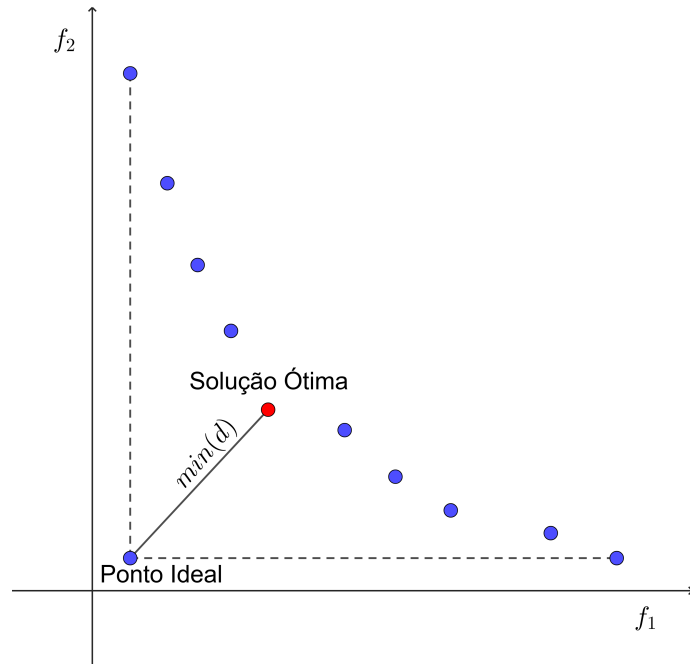


Figura 2: Tomada de Decisão para a escolha da solução final da frente de Pareto. Fonte: Adaptada de [1].

Tabela 2: Soluções obtidas pelo MOEA-DD-SCA extraídas pelo método de tomada de decisão sugerido por [1] e ilustrado na Figura 2.

WRM	$f(\vec{x}^*) = (0.0681, 0.0006, 1.4326, 1.3299, 0.0026) \times 10^6$
OPFVARPL	$f(\vec{x}^*) = (1.8349, 3.3266, 17.1283, 7.9461)$
SPWRCDP	$f(\vec{x}^*) = (0.1349, 0.1799, -4.4714, -0.2714, -3.0471, -0.2559) \times 10^4$
WORFD	$f(\vec{x}^*) = (0.0152, 0.0094, -0.2893, 0.0010, 0.0005, -0.7507, -4.6689) \times 10^4$

## 4 Considerações Finais

Esse trabalho propôs e avaliou o desempenho do MOEA/DD-SCA, uma versão híbrida do MOEA/DD com estratégias trigonométricas do SCA, em MaOPs de engenharia. Uma análise estatística dos resultados foi conduzida usando o indicador de desempenho IGD+ e o teste de hipóteses não-paramétrico de Wilcoxon para avaliar a presença de diferenças estatisticamente significativas entre os resultados. Com base nos testes conduzidos, foi possível concluir que o MOEA/DD-SCA demonstrou um desempenho global superior em relação ao MOEA/DD nos problemas adotados neste trabalho, ganhando em todos com diferença estatisticamente significativa em 3 deles. Soluções obtidas pelo MOEA/DD-SCA foram extraídas pelo método de tomada de decisão como solução ótima para ser utilizada pelo tomador de decisão, caso ele não tenha preferências entre as demais. Os resultados mostraram que o MOEA/DD-SCA foi promissor e competitivo, uma vez que obteve uma performance global melhor quando comparado ao MOEA/DD nesses problemas, mostrando que as estratégias trigonométricas adotadas foram capazes de aprimorar o desempenho do MOEA/DD. Para trabalhos futuros, pode-se investigar o desempenho do MOEA/DD-SCA na resolução de MaOPs de engenharia estrutural [17], bem como hibridizá-lo com busca local [12, 13].

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao CEFET-MG e à FAPEMIG (PCE-00114-25) pelo apoio financeiro.

## Referências

- [1] F. Bre e V. D. Fachinotti. “A computational multi-objective optimization method to improve energy efficiency and thermal comfort in dwellings”. Em: **Energy and Buildings** 154 (2017), pp. 283–294. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2017.08.002>.
- [2] E. C. R. Carvalho, J. P. G. Carvalho, H. S. Bernardino, A. C. C. Lemonge, P. H. Hallak e D. E. C. Vargas. “Solving multi-objective truss structural optimization problems considering natural frequencies of vibration and automatic member grouping”. Em: **Evolutionary Intelligence** 17.2 (2024), pp. 653–678. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12065-022-00804-0>.
- [3] J. Fan, Y. Li, J. Xie, C. Zhang, W. Shen e L. Gao. “A hybrid evolutionary algorithm using two solution representations for hybrid flow-shop scheduling problem”. Em: **IEEE Transactions on Cybernetics** 53.3 (2021), pp. 1752–1764. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCYB.2021.3120875>.
- [4] A. B. Gabis, Y. Meraihi, S. Mirjalili e A. Ramdane-Cherif. “A comprehensive survey of sine cosine algorithm: variants and applications”. Em: **Artificial Intelligence Review** 54.7 (2021), pp. 5469–5540. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10462-021-10026-y>.
- [5] H. Ishibuchi, H. Masuda, Y. Tanigaki e Y. Nojima. “Modified Distance Calculation in Generational Distance and Inverted Generational Distance”. Em: **Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. Ed. por Antônio Gaspar-Cunha, Carlos Henggeler Antunes e Carlos Coello Coello. Cham: Springer International Publishing, 2015, pp. 110–125. ISBN: 978-3-319-15892-1. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-15892-1\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-15892-1_8).
- [6] A. Kumar, G. Wu, M. Z. Ali, Q. Luo, R. Mallipeddi, P. N. Suganthan e S. Das. “A benchmark-suite of real-world constrained multi-objective optimization problems and some baseline results”. Em: **Swarm and Evolutionary Computation** 67 (2021), p. 100961. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2021.100961>.
- [7] K. Li, K. Deb, Q. Zhang e S. Kwong. “An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition”. Em: **IEEE transactions on evolutionary computation** 19.5 (2014), pp. 694–716. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2014.2373386>.
- [8] S. Mirjalili. “SCA: a sine cosine algorithm for solving optimization problems”. Em: **Knowledge-based systems** 96 (2016), pp. 120–133. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2015.12.022>.
- [9] V. Palakonda, J. Kang e H. Jung. “Benchmarking Real-World Many-Objective Problems: A Problem Suite with Baseline Results”. Em: **IEEE Access** (2024). DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3383916>.
- [10] M. C. C. Peito, D. E. C. Vargas e E. F. Wanner. “Comparando Algoritmos Evolutivos Baseados em Decomposição para Problemas de Otimização Multiobjetivo e com Muitos Objetivos”. Em: **VETOR-Revista de Ciências Exatas e Engenharias** 33.2 (2023), pp. 41–51. DOI: <https://doi.org/10.14295/vetor.v33i2.16444>.
- [11] A. Slowik e H. Kwasnicka. “Evolutionary algorithms and their applications to engineering problems”. Em: **Neural Computing and Applications** 32 (2020), pp. 12363–12379. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-020-04832-8>.

- [12] R. C. L. C. de Sousa, F. Goulart, D. E. C. Vargas e E. F. Wanner. “Optimizing Multi-and Many-Objective Problems on Varied Budgets: hybridizing NSGA-III with Local Searches”. Em: **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics - CNMAC 2024**. Vol. 11. 1. SBMAC. 2024, pp. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.5540/03.2025.011.01.0454>.
- [13] R. C. L. C. de Sousa, D. E. C. Vargas, E. Wanner e J. Knowles. “An MaOEA/Local Search Hybrid Based on a Fast, Stochastic BFGS Using Achievement Scalarizing Search Directions”. Em: **Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. Ed. por Hemant Singh, Tapabrata Ray, Joshua Knowles, Xiaodong Li, Juergen Branke, Bing Wang e Akira Oyama. Singapore: Springer Nature Singapore, 2025, pp. 17–30. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-96-3506-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-981-96-3506-1_2).
- [14] Y. Tian, R. Cheng, X. Zhang e Y. Jin. “PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [educational forum]”. Em: **IEEE Computational Intelligence Magazine** 12.4 (2017), pp. 73–87. DOI: <https://doi.org/10.1109/MCI.2017.2742868>.
- [15] M. Torkashvand, A. Neshat, Saman Javadi e Biswajeet Pradhan. “New hybrid evolutionary algorithm for optimizing index-based groundwater vulnerability assessment method”. Em: **Journal of Hydrology** 598 (2021), p. 126446. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydro1.2021.126446>.
- [16] D. E. C. Vargas, A. C. C. Lemonge, H. J. C. Barbosa e H. S. Bernardino. “An interactive reference-point-based method for incorporating user preferences in multi-objective structural optimization problems”. Em: **Applied Soft Computing** 165 (2024), p. 112106. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.112106>.
- [17] J. M. P. Vieira, J. P. G. Carvalho, D. E. C. Vargas, E. C. R. Carvalho, P. H. Hallak e A. C. C. Lemonge. “Many-Objective Truss Structural Optimization Considering Dynamic and Stability Behaviors”. Em: **Dynamics** 5.1 (2025). ISSN: 2673-8716. DOI: <https://doi.org/10.3390/dynamics5010003>.