Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Método Primal-Dual Previsor-Corretor aplicado ao Problema de Despacho Econômico com Ponto de Válvula e Perdas na Transmissão

Diego N. da Silva[1], **Antonio R. Balbo**[2], **Ricardo B. N. Pinheiro**[3]

[1]Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, FEB, UNESP, Bauru, SP
[2]Departamento de Matemática, FC, UNESP, Bauru, SP
[3]Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, EESC, USP, São Carlos, SP
E-mail: diegoitapeva996@hotmail.com, arbalbo@fc.unesp.br, ribenopi@hotmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta um método de otimização determínistico híbrido para a resolução do Problema de Despacho Econômico com Ponto de Válvula (PDE-PV) e perdas na transmissão, o qual é caracterizado pela não-convexidade e não-diferenciabilidade da função objetivo em determinados pontos do conjunto factível. Para tanto, vincula-se um método de pontos interiores, que utiliza a função barreira modificada, a duas estratégias: uma de suavização da função objetivo, baseada em um aproximante diferenciável da função sinal, e outra de convergência global. Os resultados apresentados demonstram a eficiência do método, quando comparado a outros métodos encontrados na literatura.

Palavras-chave: *Método Primal-Dual de Pontos Interiores, Convergência Global, Despacho Econômico com Ponto de Válvula*

Introdução

O método primal-dual de pontos interiores desenvolvido neste trabalho utiliza a função barreira logarítmica modificada, apresentada por Polyak [3]. A função barreira logarítmica modificada efetua uma relaxação na região viável, permitindo que o método seja inicializado em pontos infactíveis. O procedimento previsor-corretor do método, bem como a estratégia de convergência global, variante de Levenberg-Marquardt, baseou-se no trabalho de Pinheiro [2]. A fim de aplicar o método de pontos interiores supracitado na resolução do PDE-PV com perdas, realizou-se uma suavização da função objetivo. Diversas funções de suavização para termos modulares podem ser encontradas no trabalho de Chen e Mangasarian [1], porém neste trabalho propomos uma função de suavização diferente daquelas apresentadas por esses autores.

Metodologia

Seja um problema de otimização da forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(\boldsymbol{x}) \\ \text{sujeito a} & \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \\ & \boldsymbol{u}_1 \leqslant \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \leqslant \boldsymbol{u}_2 \\ & \boldsymbol{l}_1 \leqslant \boldsymbol{x} \leqslant \boldsymbol{l}_2 \end{array} \tag{1}$$

onde $f(\boldsymbol{x})$ é a função objetivo, $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{g} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $\boldsymbol{h} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^r$. O problema (1) é, então, convertido em um problema irrestrito, através da função lagrangiana barreira modificada (2):

$$\begin{aligned} L_\mu(\boldsymbol{\omega}) = {} & f(\boldsymbol{x}) - \mu \sum_{i=1}^{r} [(\delta_1)_i \ln{(z_1^{\diamondsuit})_i} + (\delta_2)_i \ln{(z_2^{\diamondsuit})_i}] - \mu \sum_{j=1}^{n} [(\delta_3)_j \ln{(z_3^{\diamondsuit})_j} + (\delta_4)_j \ln{(z_4^{\diamondsuit})_j}] \\ & + \sum_{t=1}^{m} (\lambda_0)_t g_t(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{r} (\lambda_1)_i [-h_i(\boldsymbol{x}) + (u_1)_i + (z_1)_i] + \sum_{i=1}^{r} (\lambda_2)_i [h_i(\boldsymbol{x}) - (u_2)_i + (z_2)_i] \\ & + \sum_{j=1}^{n} (\lambda_3)_j [-x_j + (l_1)_j + (z_3)_j] + \sum_{j=1}^{n} (\lambda_4)_j [x_j - (l_2)_j + (z_4)_j] \end{aligned} \tag{2}$$

em que $\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \boldsymbol{z}_3, \boldsymbol{z}_4, \boldsymbol{\lambda}_0, \boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2, \boldsymbol{\lambda}_3, \boldsymbol{\lambda}_4)^t$, μ é o parâmetro de barreira, $\boldsymbol{\delta}_1, \boldsymbol{\delta}_2 \in \mathbb{R}^r$, $\boldsymbol{\delta}_3, \boldsymbol{\delta}_4 \in \mathbb{R}^n$ são denominados *estimadores dos multiplicadores de Lagrange*, $\boldsymbol{\lambda}_0 \in \mathbb{R}^m$, $\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2 \in \mathbb{R}^r$, $\boldsymbol{\lambda}_3, \boldsymbol{\lambda}_4 \in \mathbb{R}^n$ são os vetores de multiplicadores de Lagrange, $(z_1^{\diamondsuit})_i = \frac{\mu + (z_1)_i}{\mu}$, $(z_2^{\diamondsuit})_i = \frac{\mu + (z_2)_i}{\mu}$, $(z_3^{\diamondsuit})_j = \frac{\mu + (z_3)_j}{\mu}$ e $(z_4^{\diamondsuit})_j = \frac{\mu + (z_4)_j}{\mu}$, onde $\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2 \in \mathbb{R}^r$, $\boldsymbol{z}_3, \boldsymbol{z}_4 \in \mathbb{R}^n$ são as variáveis de folga, as quais foram relaxadas através da introdução da função

 © 2015 SBMAC

barreira modificada, de modo que $\boldsymbol{z}_1 > -\mu \boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{z}_2 > -\mu \boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{z}_3 > -\mu \boldsymbol{e}_n$ e $\boldsymbol{z}_4 > -\mu \boldsymbol{e}_n$, com $\boldsymbol{e}_r = (1, 1, ..., 1)^t \in \mathbb{R}^r$ e $\boldsymbol{e}_n = (1, 1, ..., 1)^t \in \mathbb{R}^n$. O cálculo das direções dos passos previsor e corretor, e a estratégia de convergência global seguem o trabalho de Pinheiro [2].

Para efetuar a suavização dos termos modulares da função objetivo do PDE-PV, utilizou-se o fato de que $|f(x)| = f(x) \cdot \operatorname{sgn}(f(x))$, em que sgn é a *função sinal*. Redes neurais artificiais utilizam, com frequência, aproximações para a função sinal. Em particular, uma aproximação bem conhecida é $\operatorname{sgn}(x) \approx \tanh(\rho x)$, em que ρ é um parâmetro de aproximação, suficientemente grande. Desta forma, aproximou-se os termos modulares da função objetivo por $|f(x)| \approx f(x) \cdot \tanh(\rho_k f(x))$ e atualizou-se ρ_k por $\rho_{k+1} = \gamma \rho_k$ a cada iteração, para algum $\gamma > 1$, até um limite $\overline{\rho}$, de modo semelhante ao parâmetro de barreira.

Modelo do PDE-PV com perdas

O modelo de otimização do PDE-PV com perdas é dado por:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Minimizar} & C_{\text{total}}(\mathbf{P}) = \sum\limits_{i \in \mathcal{G}} C_i(P_i) \\
\text{sujeito a} & \sum\limits_{i \in \mathcal{G}} P_i - P_D - P_L = 0 \\
 & P_i^{\min} \leqslant P_i \leqslant P_i^{\max} \quad \forall i \in \mathcal{G}
\end{array}
\qquad
\left\{
\begin{array}{ll}
\text{em que:} & C_{\text{total}} \text{ é a função custo total} \\
 & \mathcal{G} \text{ é o conjunto dos geradores} \\
 & P_i \text{ é a geração de potência ativa do gerador } i \\
 & C_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i + \left| e_i \operatorname{sen}(f_i(P_i^{\min} - P_i)) \right| \\
 & P_D \text{ é a demanda} \\
 & P_L = \sum\limits_{i \in \mathcal{G}} \sum\limits_{j \in \mathcal{G}} P_i B_{ij} P_j + \sum\limits_{i \in \mathcal{G}} B_{0i} P_i + B_{00} \\
 & a_i, b_i, c_i, e_i, f_i \text{ são coeficientes de custo do gerador } i
\end{array}
\right.
$$

A expressão P_L das perdas é conhecida como *Fórmula de Kron*, e os coeficientes B_{ij}, B_{0j} e B_{00} são os *coeficientes-B* do sistema. Estes coeficientes podem ser determinados pelo método apresentado em Saadat [5].

Resultados

O método proposto foi programado em Matlab e aplicado ao PDE-PV com perdas. O sistema testado tem 6 barras, cujos dados de topologia são apresentados em Wood e Wollenberg [6]. Assumiu-se que a demanda em cada barra de carga foi de 65 megawatts, como apresentado na primeira situação de carga testada no artigo de Ravi [4]. O método consiste de um ciclo interno, que utiliza o método de pontos interiores proposto para resolver o PDE-PV, e um ciclo externo que usa o método de Newton para resolver um fluxo de carga e calcular os coeficientes-B para a solução determinada pelo método de pontos interiores. Em seguida, é verificado se a solução determinada ainda satisfaz a restrição de igualdade, quando os coeficientes-B são atualizados para o do novo ponto. Isto porque os coeficientes-B dependem da potência ativa gerada em cada barra. Os coeficientes de custo também foram extraídos de Ravi [4]. O método foi inicializado com: ponto inicial $\mathbf{P}^0 = (125, 80, 110)^t$, parâmetro de barreira $\mu^0 = 10$, parâmetro de aproximação $\rho^0 = 1$ com fator de atualização $\gamma = 1.5$ e limitante $\overline{\rho} = 10000$. A precisão de parada foi $\varepsilon = 10^{-4}$. A tabela 1 a seguir exibe os resultados obtidos pelo método proposto e os apresentados em Ravi [4].

Método	P_1	P_2	P_3	Função objetivo
Proposto	50	37.5	113.501493	\$ 3003.65
Ravi [4]	50	37.5	114.01	\$ 3007.77

Tabela 1: Resultados

Observa-se na Tabela 1 que o método apresentado determinou uma solução que melhora perceptivelmente o valor da função objetivo em relação à apresentada em Ravi [4].

Referências

[1] C. Chen, O. I. Mangasarian. “A class of smoothing functions for nonlinear and mixed complementarity problems”, *Computational Optimization and Applications*, 5(2): 97-138, 1996.

[2] R. B. N. Pinheiro. *Um método previsor corretor primal-dual de pontos interiores barreira logarítmica modificada, com estratégias de convergência global e de ajuste cúbico, para problemas de programação não-linear e não-convexa*. Dissertação (mestrado) − Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2012.

[3] R. A. Polyak. “Modified Barrier Functions”, *Mathematical Programming*, vol. 54, n. 2, pp. 177-222, 1992.

[4] G. Ravi, R. Chakrabarti, S. Choudhuri. “Nonconvex Economic Dispatch with Heuristic Load Patterns Using Improved Fast Evolutionary Program”, *Electric Power Components and Systems*, 34:1, pp. 37-45, 2006.

[5] H. Saadat. *Power System Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1999.

[6] A. J. Wood, B. F. Wollenberg. *Power Generation, Operation and Control*. New York: John Wiley & Sons, 1996.

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0171 © 2015 SBMAC