Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

# Análise do Sistema Resultante do MEFG Via Forma Real Equivalente

**Williana dos S. Guimarães*** **Werley G. Facco** **Eduardo da Silva**
Coordenadoria de Engenharia Mecânica, Instituto Federal do Espírito Santo
15054-000, São Mateus, ES
E-mail: guimaraeswilliana@gmail.com

**Alex S. Moura**
Departamento de Economia, Universidade Federal de Juiz de Fora
35010-177, Governador Valadares, MG, Brasil
E-mail: alexsmoura100@gmail.com

## RESUMO

Neste trabalho, certas características do sistema resultante do Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) aplicado a problemas de eletromagnetismo, serão apresentadas e avaliadas através da sua forma equivalente real. Tais características serão confrontadas com o sistema resultante original do MEFG na sua forma a valor complexo.

**Palavras-chave**: *Método de Elemento Finito Generalizado, Enriquecimento, Ondas Planas.*

## INTRODUÇÃO

O espaço de aproximação do MEFG é definido através das ondas planas que são soluções analíticas do problema de Helmholtz e da Partição da Unidade (PU) do Método de Elementos Finitos (MEF) [1]. O sistema resultante do MEFG quando aplicado a problemas de propagação e espalhamento de ondas eletromagnéticas fica definido no conjunto dos números complexos, é esparso e mal condicionado. As principais propostas desse trabalho são avaliar as características do sistema resultante do MEFG com enriquecimento por ondas planas [1] na sua forma equivalente real e verificar o seu desempenho frente ao sistema resultante original.

## FORMULAÇÃO

Na forma discretizada, o MEFG com enriquecimento por ondas planas, quando aplicado a problemas de propagação ou espalhamento de ondas define um sistema dado por:

$$\mathbf{Md} = \mathbf{f} \tag{1}$$

onde, os coeficiente em $\mathbf{M} = \mathbf{A} + \mathbf{B}i$ e $\mathbf{f} = \mathbf{b} + \mathbf{c}i$ são números complexos avaliados por quadratura numéricas [1], $\mathbf{d} = \mathbf{x} + \mathbf{y}i$ é o vetor solução do problema, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ são matrizes reais, $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ são vetores com coordenadas reais e $i = \sqrt{-1}$. A equação (1) pode ser reescrita em uma forma real equivalente por [2],

$$K_1: \quad \begin{pmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} \tag{2}$$

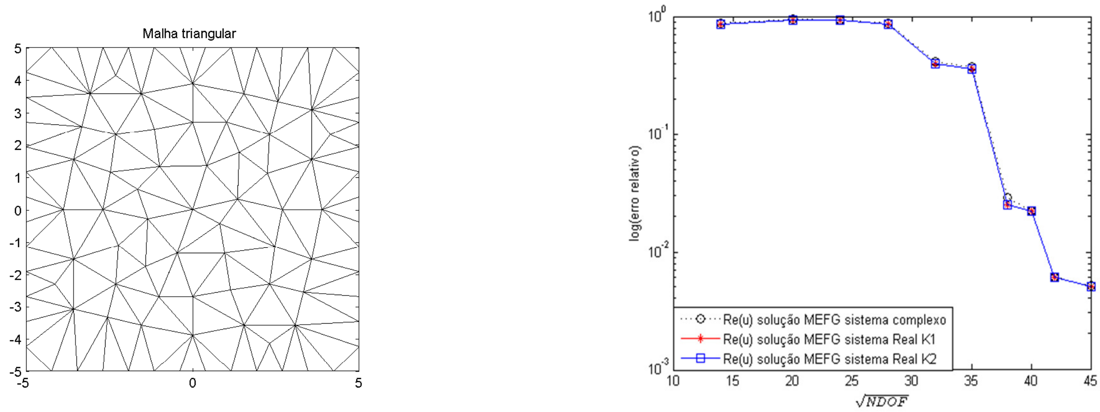
$$K_2: \quad \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & -\mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ -\mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} \tag{3}$$

* Bolsista de Iniciação Científica PIBIT/CNPq

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0180

## RESULTADOS

O MEFG será utilizado para resolver o problema de propagação de ondas em um domínio quadrado $\Omega = \{(x, y) / -5 \leq x, y \leq 5\}$. Especificamente, considera-se a excitação transversal do campo elétrico TEz e deseja-se encontrar a componente $z$ do campo magnético que satisfaz a equação de Helmholtz no domínio $\Omega$, Fig. 1 (a) e a condição de Robin na fronteira artificial $\Gamma$ formada pelos lados do quadrado. Os sistemas resultantes em sua forma complexa e real do MEFG serão avaliados e os desempenhos de ambos serão confrontados. A malha triangular de tamanho $h = 1.0\lambda$ usada para resolver o problema apresentado na Fig.1 (a) é composta de 162 elementos, 100 nós e 261 arestas. Os resultados são obtidos usando uma onda plana incidente com ângulo incidente $\theta_I = 15^o$ e número de onda $k = 2\pi$. Para analisar a convergência do MEFG a precisão do modelo é medida pelo erro na norma $L_2(\Omega)$. A Fig. 1 (b) apresenta os gráficos de $q$ −convergência do MEFG com $q = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$, parte real. Os erros foram calculados na linha $C_x = \{(x, y) / y = 0, -5 \leq x, y \leq 5\}$. Nota-se que a convergência do MEFG usando ambos os sistemas a valor real equações (2) e (3), é praticamente a mesma obtida usando o sistema original.




(a) (b)

Figura 1: (a) Domínio Computacional. (b) $q$ −convergência do MEFG $\mathrm{Re}(u)$.

## CONCLUSÕES

O mau condicionamento dos sistemas propostos nas equações (3) e (4), calculado com a função *cond* do MATLAB, manteve-se o mesmo do sistema resultante a valor complexo. Apesar das dimensões dos sistemas equivalentes serem o dobro do original complexo ($n * q$), onde $n$ é número de nós da malha, tal abordagem pode ser extremamente importante quando se pretende avaliar o uso de pré-condicionadores usados tipicamente em sistema a valor real.

## AGRADECIMENTOS

Esse trabalho possui suporte em parte pela FAPES, FAPEMIG e CNPq.

## REFERÊNCIAS

[1] W. G. Facco, E. J. Silva, A. S. Moura, N. Z. Lima, R. R. Saldanha, Handling material discontinuities in the generalized finite element method to solve wave propagation problems, IEEE Trans. On Magn. 48 (2) (2012) 607–610.

[2] O. Axelsson and Andrey Kucherov, Real valued iterative methods for solving complex symmetric linear systems, NUMERICAL LINEAR ALGEBRA WITH APPLICATIONS. (7) (2000) 197-218.