

## Simulação numérica de escoamentos multifásicos 3D em malhas hierárquicas adaptativas

Camila Faria Afonso Lages\*, Fabrício Simeoni de Sousa

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC, USP,  
13566-590, São Carlos, SP  
E-mail: cfalages@icmc.usp.br, fsimeoni@icmc.usp.br

### RESUMO

Indústrias tem grande interesse em escoamentos com fronteiras livres, envolvendo um ou mais fluidos, pois esses estão presentes em diversos processos tais como refino e transporte de petróleo, escoamentos em reatores químicos, extrusão e injeção de plásticos e outros mais. No refino de petróleo, por exemplo, o processo envolvido tem presente, em várias de suas etapas, escoamentos multifásicos de fluidos imiscíveis. Além disso, há um interesse crescente em problemas de escoamentos multifásicos em microescala envolvendo a dinâmica de bolhas em escalas menores que 1 mm. O objetivo deste trabalho é estudar técnicas numéricas precisas para simular escoamentos multifásicos com fluidos imiscíveis e implementar uma ferramenta computacional paralela para simular tais escoamentos utilizando malhas hierárquicas adaptativas e diferenças finitas.

Para resolver escoamentos multifásicos foi adotado um modelo de força superficial contínua que propõe resolver um único conjunto de equações para todos os fluidos do escoamento, incorporando as tensões interfaciais com a adição de um termo específico. Cada fluido do escoamento tem propriedades (massa específica e viscosidade) específicas, assim ao representar todos os fluidos do escoamento por um único conjunto de equações tem-se uma descontinuidade nessas propriedades.

Para modelar os escoamentos estudados utilizou-se as equações de Navier-Stokes

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \rho \mathbf{f}_b + \nabla \cdot \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) + \mathbf{f}_\sigma, \quad (1)$$

em que  $p$  é a pressão,  $\mathbf{u}$  é o campo de velocidades do escoamento,  $\mathbf{f}_b$  é uma força de campo e  $\mathbf{f}_\sigma$  é o termo que incorpora as tensões entre os fluidos, tornando possível modelar, com apenas um conjunto de equações, todos os fluidos presentes no escoamento.

Neste trabalho,  $\mathbf{f}_\sigma$  foi modelado como proposto por Esmaeeli e Tryggvason em [2]

$$\mathbf{f}_\sigma = \int \sigma k' \mathbf{n}' \delta^\beta (\mathbf{x} - \mathbf{x}') dS', \quad (2)$$

em que  $\sigma$  é o coeficiente de tensão superficial na interface,  $k'$  é a curvatura,  $\mathbf{n}'$  é o vetor normal,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T$  é o vetor posição em que a equação é avaliada e  $\mathbf{x}'$  é uma posição na interface. Finalmente,  $\delta^\beta$  é uma função bi ( $\beta = 2$ ) ou tridimensional ( $\beta = 3$ ) construída pela multiplicação de funções  $\delta$  de Dirac unidimensionais de forma que, supondo  $\beta = 3$ ,  $\delta^3 = \delta(x_1 - x'_1)\delta(x_2 - x'_2)\delta(x_3 - x'_3)$ .

Um ponto muito importante para simulação de escoamentos multifásicos é a representação da interface entre os fluidos, sendo que os métodos existentes podem ser classificados como métodos eulerianos e lagrangeanos. Na primeira família de métodos a interface é discretizada usando a mesma malha fixa onde as equações são discretizadas. Exemplos de métodos com essa abordagem são os métodos de superfície de nível (*level-set*) [5] e volume de fluido (*Volume of Fluid*, VOF) [3]. Já na segunda família tem-se uma

\*Mestranda bolsista da CAPES

malha dinâmica que representa a interface explicitamente, enquanto as equações de Navier-Stokes são resolvidas em uma malha fixa, exemplos de métodos dessa família são os métodos de Lattice-Boltzmann (LBM) [4] e acompanhamento de fronteira (*front-tracking*) [6].

Optou-se pelo método de acompanhamento de fronteira para representação da interface neste trabalho. Uma malha não estruturada será utilizada para seguir o movimento da interface, tornando possível calcular geometricamente a curvatura e tensão superficial. As equações de Navier-Stokes são discretizadas com esquemas de diferenças finitas em uma malha hierárquica adaptativa. Essa malha adaptativa torna possível um refinamento em regiões críticas do escoamento, por exemplo, próximas à interface. Esquemas de interpolação baseados em mínimos quadrados móveis são utilizados para as interpolações necessárias entre os diferentes níveis de refinamento.

Foram utilizadas bibliotecas modernas para representar as malhas superficiais. Fez-se testes com o método desenvolvido por Brochu e Bridson em [1]. A figura 1 ilustra um teste clássico de deformação de uma esfera, com o objetivo de verificar as estratégias de adaptação da malha superficial. Finalmente, o código proposto neste trabalho foi verificado através de simulações de diversos outros testes simplificados presentes na literatura [1, 2, 6] e resultados de escoamentos multifásicos em três dimensões serão apresentados no congresso.

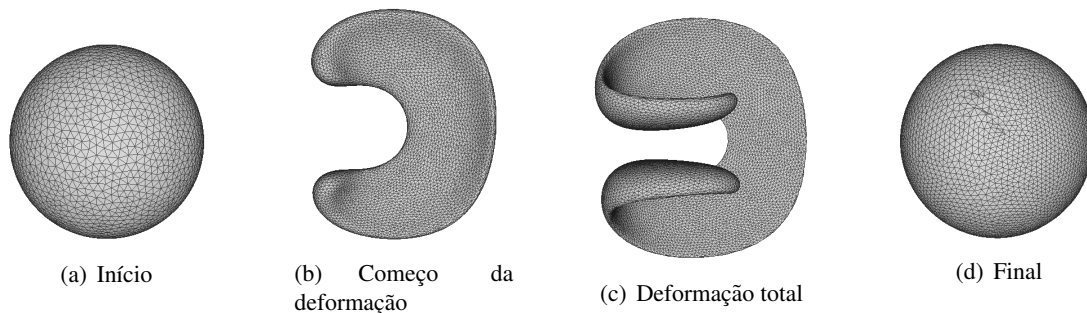


Figura 1: Teste de deformação de uma esfera

## Referências

- [1] Brochu, T; Bridson, R. Robust topological operations for dynamic explicit surfaces. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 31(4):2472–2493, 2009.
- [2] Esmaeeli, A; Tryggvason, G. Direct numerical simulations of bubbly flows part 1. low reynolds number arrays. *Journal of Fluid Mechanics*, 377:313–345, 1998.
- [3] Hirt, C W and Nichols, B D. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39:201–225, 1981.
- [4] Ladd, A J C. Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized boltzmann equation. part 1. theoretical foundation. *Journal of Fluid Mechanics*, 271:285–309, 1994.
- [5] Sussman, M; Smereka, P and Stanley, O. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 114:146–159, 1994.
- [6] Tryggvason, G; Bunner, B; Esmaeeli, A; Juric, D; Al-Rawahi, N; Tauber, W; Han, J; Nas, S and Jan, Y J. A front-tracking method for the computations of multiphase flow. *Journal of Computational Physics*, 169:708–759, 2001.