

Avaliação de testes de hipóteses para identificação de proporção áurea

Mariana M. Gonçalves Santos* Luiz Alberto Beijo

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG

37130-000, Alfenas - MG

e-mail:marireigo@hotmail.com, luiz.beijo@unifal-mg.edu.br,

RESUMO

A proporção áurea tem sido objeto de interesse de diversos estudiosos das mais diferentes áreas. Sua primeira definição formalizada foi dada por volta de 300 a. C., por Euclides de Alexandria: um segmento de reta é dividido em *média e extrema razão* (em dois outros segmentos) se a razão entre o maior e menor for igual à razão entre a soma de ambos e o maior. O número irracional obtido dessas razões, aproximadamente 1,618, é chamado de proporção áurea, também conhecido como número de ouro, ou razão divina e é denotado por Φ [3].

A proporção áurea pode ser encontrada não só em inúmeros objetos produzidos pelo homem como também em fenômenos naturais. Frequentemente associada à beleza, à harmonia, ao equilíbrio, atualmente pesquisas têm indicado que propriedades como a rigidez, estabilidade e eficiência estão relacionadas às estruturas que apresentam a proporção áurea [2]. Em literatura não existe um teste consagrado para a identificação de proporção áurea, e diversas metodologias têm sido utilizadas com este objetivo. Entre elas pode-se destacar as metodologias baseadas: no teste t de *Student*, em métodos não paramétricos, na análise de variância, e até, em critérios subjetivos.

O objetivo desse trabalho foi identificar, via simulação de dados, um teste que tenha melhor desempenho para a caracterização de proporção áurea. Foram avaliadas a taxa de erro tipo I e poder dos testes, para diferentes condições variabilidades e tamanhos de amostra.

Foram simulados, usando o programa R (R DEVELOPMENT CORE TEAM)[5], valores para segmentos a_i e b_i , com $b_i > a_i$ em dois diferentes casos. No caso I, para valer a taxa de erro tipo I, b_i foi gerado a partir de a_i de modo que estivessem em proporção áurea. No caso II, para valer o poder dos testes, uma vez que b_i foi gerado a partir de a_i multiplicado por outra constante, $\Phi + 0,4$, ou seja, da razão $R = \frac{a}{b}$ não se apresenta em proporção áurea.

A avaliação do erro tipo I foi feita observando-se a porcentagem de vezes que a hipótese nula (H_0) foi rejeitada[1], no caso I. Utilizou-se o teste binomial exato para avaliar se a taxa de erro tipo I era estatisticamente igual ao nível nominal testado (5%). Para a determinação e comparação do poder dos testes foram observadas a porcentagem de rejeições da hipótese nula[1], no caso II.

Para ambas as situações, foram simulados 5000 valores e retirados diferentes tamanhos de amostra: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20, 25, 30, 50 e 100. O valor considerado para Φ foi 1,618 e o nível de significância adotado para os testes foi de 5%. Quanto à variabilidade, o desvio padrão relativo de a_i e b_i foram iguais a 5%, 10%, 15% e 20% de suas médias.

Foram avaliados três testes, denominados TD, TME e TR.

O teste TD, consiste na aplicação do teste t de Student na definição de proporção áurea, dada por Euclides. Sendo a_i e b_i segmentos, com $b_i > a_i$ e Δ_i a diferença entre as duas razões da definição, então $\Delta_i = \left(\frac{b_i}{a_i} - \frac{a_i + b_i}{b_i} \right)$. Foi testada a hipótese se a média das diferenças é nula ($H_0 : \mu_{\Delta} = 0$).

No teste TME foi utilizado o teste t de Student emparelhado. Se a_i e b_i estão em proporção áurea, então $b_i = \Phi \times a_i$, com ($b_i > a_i$). Dessa forma testou-se a hipótese de que a média dessas diferenças ($D_i = b_i - \Phi \times a_i$) é igual a zero ($H_0 : \mu_D = 0$).

*Mestranda bolsista CAPES - Agradecimento à FAPEMIG pelo apoio financeiro

No teste TR foi utilizado o teste t de Student e verificou-se a hipótese de que a média da razão entre os segmentos $R = \frac{a}{b}$ é igual a Φ ($H_0 : \mu_R = \Phi$).

Observou-se que o aumento dos coeficientes de variação tanto do menor segmento (cv_a) quanto do maior (cv_b), tiveram efeito nas taxas de erro tipo I e no poder dos testes avaliados. Sendo assim, é imprescindível que o pesquisador tenha conhecimento da variabilidade dos segmentos para escolha do teste adequado na identificação de proporção áurea.

ONO et al [4] utilizaram o teste TR para análise da proporção áurea em 200 indivíduos por meio de radiografias e não levaram em consideração o coeficiente de variação de cada fator da razão, podendo ter cometido erros em suas conclusões.

Para os casos em que o coeficiente de variação dos dois segmentos são pequenos (ambos 5%) ou próximos ($cv_a = 5\%$ com $cv_b = 10\%$) os testes TD e TME apresentaram bom desempenho no controle das taxas de erro tipo I e alto poder ($> 95\%$) para os tamanhos de amostra acima de 7. O teste TR, para amostras acima de 10, não controla a taxa de erro tipo I, embora apresente alto poder ($> 95\%$), porém para amostras menores controla taxa de erro tipo I, mas apresenta baixo poder.

Em outros casos de proximidade dos coeficientes de variação dos dois segmentos ou que o coeficiente de variação de um dos segmentos é pequeno $cv = 5\%$, os testes TD e TME apresentam resultados iguais e o teste TR não controla a taxa de erro tipo I.

Quando as variabilidades dos dois segmentos são altas, tamanhos de amostra maiores são necessários para que os testes tenham um alto poder. Deve-se considerar as taxas de erro tipo I, que na maioria das vezes, aumenta com o aumento do tamanho de amostra para os testes TR e TD.

O teste TME controlou as taxas de erro tipo I para todos os tamanhos de amostras e em todas as variabilidades analisadas, porém para se ter bom desempenho em poder, é necessário tamanhos de amostra maiores quando a variabilidade dos dois segmentos aumenta.

O tamanho de amostra recomendado para a realização de um teste para identificação de proporção áurea depende da variabilidade de cada segmento.

O teste t emparelhado (TME), verificando a hipótese de que a média das diferenças (D_i) é igual a zero, controlou o erro tipo I e apresentou alto desempenho quanto ao poder para amostras relativamente pequenas.

O teste t de Student (TD) com base na hipótese ($H_0 : \mu_D=0$) é recomendado apenas em situações que o cv dos dois segmentos é pequeno.

O teste t de Student (TR) com base na hipótese de que a média da razão entre os segmentos $R = \frac{a}{b}$ é igual a Φ não é recomendado para a identificação de proporção áurea.

Palavras-chave: Número de ouro, tamanho de amostra, erro tipo I, poder

Referências

- [1] BUSSAB, W. O., MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.
- [2] GIL, C. T. L. A. **Proporção áurea craniofacial**. São Paulo: Ed. Santos, 2001.
- [3] LÍVIO, M. **Razão Áurea: a história de Fi, um número surpreendente**. Rio de Janeiro: Record, 2008. 333 p.
- [4] ONO, E., PORTO; C. O. T. W.; MEDICI FILHO, E.; MORAES, L. C.; MORAES, M. E. L.; CASTILHO, J. C. M. Análise da proporção áurea em indivíduos dolico, braqui e mesofaciais, por meio de radiografias cefalométricas laterais. **Revista Odonto Ciência**. 2007, v. 22, p. 154-159
- [5] R DEVELOPMENT CORE TEAM. **An Introduction to R: Version: 3.01**. 2013. Disponível em: <http://www.r-project.org>. Acesso em: 10 de agosto de 2013.