Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Melhorando o desempenho computacional de um esquema de diferenças finitas para as equações de Maxwell

Leandro Justino Pereira Veloso*
Programa de Pós-Graduação em Informática (PPGI)
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
21941-590, Rio de Janeiro, RJ
leandro.veloso@ppgi.ufrj.br

Daniel G. Alfaro Vigo **Silvana Rossetto**
Departamento de Ciência da Computação (DCC), Instituto de Matemática (IM)
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
21941-590, Rio de Janeiro, RJ
dgalfaro@dcc.ufrj.br, silvana@dcc.ufrj.br

RESUMO

A energia gerada por fontes eletromagnéticas e suas interações com o entorno possui muitas aplicações, entre as quais podemos citar as tecnologias de comunicação sem fio e alguns tipos de tratamentos e diagnósticos usados na área médica. O desenvolvimento e aprimoramento dessas aplicações requer um estudo detalhado da interação dos campos eletromagnéticos gerados pelas fontes com o meio, através do qual as ondas eletromagnéticas se propagam [3, 4, 6].

As equações de Maxwell descrevem as interações e a propagação das ondas eletromagnéticas. Neste trabalho, utilizaremos a forma bidimensional das equações de Maxwell correspondentes à propagação do modo elétrico transversal, que se apresentam da seguinte forma:

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - (J_x + \sigma E_x)\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - (J_y + \sigma E_y)\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - (M_z + \sigma H_z)\right) \tag{3}$$

E_x e E_y representam as componentes do campo elétrico nas direções x e y; H_z representa a componente do campo magnético na direção z; J_x e J_y representam a fonte elétrica nas direções x e y; M_z representa a fonte magnética na direção z; e as grandezas ε, μ e σ correspondem às propriedades do meio.

Em 1966, Kane Yee desenvolveu um esquema de diferenças finitas no domínio do tempo (algoritmo de Yee) para resolver numericamente, de forma bastante simples, as equações de Maxwell. Para as equações (1)-(3), no caso quando $\sigma = 0$ e $M_z = 0$, o algoritmo consiste em calcular recursivamente as

*Aluno do Mestrado

aproximações dos campos elétrico e magmético: $E_x|^n_{i+\frac{1}{2};j}$, $E_y|^n_{i;j+\frac{1}{2}}$ e $H_z|^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2};j+\frac{1}{2}}$, usando as equações

$$\begin{aligned}
H_z|^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2};j+\frac{1}{2}} &= H_z|^{n-\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2};j+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu}\left[\frac{E_x|^n_{i+\frac{1}{2};j+1} - E_x|^n_{i+\frac{1}{2};j}}{\Delta y} - \frac{E_y|^n_{i+1;j+\frac{1}{2}} - E_y|^n_{i;j+\frac{1}{2}}}{\Delta x}\right] && (4)\\
E_x|^{n+1}_{i+\frac{1}{2};j} &= E_x|^n_{i+\frac{1}{2};j} + \Delta t\left[\frac{1}{\varepsilon\Delta y}\left(H_z|^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2};j+\frac{1}{2}} - H_z|^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2};j-\frac{1}{2}}\right) - J_x|^{n+1}_{i+\frac{1}{2};j}\right] && (5)\\
E_y|^{n+1}_{i;j+\frac{1}{2}} &= E_y|^n_{i;j+\frac{1}{2}} + \Delta t\left[\frac{1}{\varepsilon\Delta x}\left(H_z|^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2};j+\frac{1}{2}} - H_z|^{n+\frac{1}{2}}_{i-\frac{1}{2};j+\frac{1}{2}}\right) - J_y|^{n+1}_{i;j+\frac{1}{2}}\right]. && (6)
\end{aligned}$$

Apesar de simples, esse método é muito dispendioso computacionalmente devido às restrições na discretização temporal, necessárias para garantir a estabilidade numérica. Isso tem levado à busca e desenvolvimento de implementações mais eficientes desse algoritmo, que permitam realizar aproximações melhores e com menor tempo de execução. Por exemplo, algumas técnicas de paralelização desse algoritmo podem ser encontradas em [6] e [5]. Mais recentemente, a disponibilidade de novos recursos computacionais, como as GPUs, também tem sido explorada na implementação desse algoritmo [2].

Neste trabalho, são apresentadas implementações do algoritmo de Yee baseadas nas abordagens sequencial, concorrente (várias threads) e com o uso de GPUs. As mesmas têm sido desenvolvidas visando um melhor desempenho computacional, através da otimização da estrutura do algoritmo e um melhor uso da memória e dos recursos de processamento [1]. Mostramos a sua aplicabilidade em alguns exemplos numéricos e finalmente apresentamos um estudo comparativo do desempenho observado.

Palavras-chave: *Equações de Maxwell, Algoritmo de Yee, Programação Paralela.*

Referências

[1] S Chellappa; F. Franchetti; M. Puschel, "How To Write Fast Numerical Code: A Small Introduction", Generative and Transformational Techniques in Software Engineering II, 196–259, Springer, 2008.

[2] D. De Donno, A. Esposito, G. Monti, L. Catarinucci, L. Tarricone, GPU-based acceleration of computational electromagnetics codes, Int. J. Numer. Model., p. 309?323, 2013.

[3] G. El Zein, A. Khaleghi, Emerging Wireless Communication Technologies", p. 271-249 em Labiod, H. e Badra, M.(eds.), "New technologies, Mobility and Security", Springer Verlag, 2007.

[4] J. W. Hand, Modelling the interaction of electromagnetic fields (10MHz-10GHz) with the human body: methods and applications, Phys. Med Biol. 53, R243-R286, 2008.

[5] E. Kashdan, B. Galanti, A new parallelization strategy for solving time-dependent 3D Maxwell equations using a high-order accurate compact implicit scheme, Int. J. Numer. Model., p.391-408, 2006.

[6] A. Taflove, S. C. Hagness, "Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method", 2da edição, Artech House, London, 2000.

