Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Métodos Numéricos de Volumes Finitos aplicados em Hidrodinâmica Ideal via Octave

Raphael de O. Garcia* **Samuel R. de Oliveira**
Departamento de Matemática Aplicada, IMECC, Unicamp,
13083-859, Campinas, SP
E-mail: gr.gubim@gmail.com, samuel@ime.unicamp.br,

RESUMO

Nas últimas décadas, Métodos Numéricos de Volumes Finitos vêm sendo desenvolvidos, aprimorados e aplicados em sistemas de equações diferenciais parciais (EDP's) hiperbólicos não lineares dependentes do tempo [4]. As leis de conservações são escritas por sistemas de EDP's e a modelagem da maioria dos problemas em Ciências e/ou Engenharias parte de tais leis.

Em particular, um sistema que se destaca é o formado pelas equações de Euler que modelam o escoamento de um fluido por possuir dificuldades e desafios referentes à obtenção de soluções numéricas [3]. O caráter puramente não linear dessas equações possibilitam a formação dos três tipos de ondas elementares: ondas de choque, ondas de rarefação e ondas de contato, que aparecem como descontinuidades na solução das equações de Euler [6].

No que diz respeito a Métodos Numéricos, cada um possui suas próprias propriedades que influenciam diretamente na solução numérica tornando-os adequados ou não dependendo da aplicação em questão.

Neste trabalho são feitas comparações entre os métodos de volumes finitos aplicados às equações de Euler Unidimensionais, dada pelas seguintes expressões:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 && \text{(equação da continuidade)} \\
&\frac{\partial}{\partial t}\rho v + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho v^2 + p\right) = 0 && \text{(equação do movimento)} \\
&\frac{\partial}{\partial t}E + \frac{\partial}{\partial x}\left(v\left(E + p\right)\right) = 0 && \text{(equação da energia)}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

em que

$\rho = \rho(x,t)$	(densidade do fluido em escoamento)
$v = v(x,t)$	(velocidade do fluido)
$p = p(x,t)$	(distribuição de pressão no fluido)
$E = E(x,t)$	(energia total do fluido)
$\epsilon = \epsilon(x,t)$	(energia interna do fluido)
γ	(calor específico do fluido)

com

$$E = \frac{1}{2}\left(\rho v^2 + \epsilon\right) \quad \text{e} \quad \epsilon = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho}\ .$$

*Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Jataí

Os métodos numéricos Lax-Friedrichs, Nessyahu-Tadmor [5], Lax-Wendroff, Godunov, esquemas essencialmente não oscilatórios ponderados (WENO) com Runge-Kutta [2] e Runge-Kutta com Lax-Wendroff [1] foram implementados em *Octave* e comparados com relação ao tempo gasto de CPU, consumo de memória, quantidade de operações, oscilações e/ou dissipações numéricas, ordem de precisão e estabilidade. Assim, têm-se tabelas de comparações entre métodos que podem auxiliar na escolha de métodos numéricos para problemas similares. Além disso, gráficos comparativos das soluções aproximadas do sistema (1) foram elaborados com o mesmo intuito.

Consequentemente, o trabalho explorou o uso do *Octave* - ambiente Linux/GNU - em questões de análise numérica relevantes ao uso de métodos numéricos de volumes finitos aplicados na obtenção de soluções aproximadas para as equações de Euler (hidrodinâmica ideal).

Palavras-chave: *Métodos de Volumes Finitos, Equações de Euler, Octave*

Referências

[1] W. Hundsdorfer, J. G. Verwer, "Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion-Rection Equations", Springer, New York, 2003.

[2] G. -S. Jiang, C. -W. Shu, Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes, *Journal of Computational Physics*, 126 (1996) 202-228.

[3] R. J. Leveque, "Finite Volume Methods for Hyberbolic Problems", Cambridge University Press, United States of America, 2006.

[4] J. D. Logan, "An Introduction to Nonlinear Partial Differential Equations", John Wiley & Sons, New Jersey, 2008.

[5] H. Nessyahu, E. Tadmor, Non-Oscillatory Central Differencing for Hyperbolic Conservation Laws, *Journal Computational Physics*, 87, n. 2 (1990) 408-463.

[6] E. F. Toro, "Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics - A Practical Introduction", Springer, Germany, 1999.

