

Minimização do Custo da Produção dos Alimentos de um Restaurante Universitário de Acordo com o Cardápio Diário

Pedro A. M. dos Santos* Nayara B. Zebediff*

Glaucia Maria Bressan

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR

Coordenação do curso de Matemática – Câmpus Cornélio Procópio, PR.

E-mails: pedro.mbmazini@gmail.com; nayarazebediff@gmail.com; glauciabressan@utfpr.edu.br

RESUMO

O restaurante universitário (RU) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Cornélio Procópio, é frequentado por alunos, professores e servidores que realizam suas refeições diariamente. Devido ao aumento do número de usuários, o crescimento do espaço físico e estrutural do restaurante se fez necessário para melhor servi-los. Diante desta realidade, o restaurante deve então produzir uma quantidade maior de refeições para atender a demanda diária de almoço e jantar. O cardápio básico é composto de arroz, feijão, legumes e uma carne. Com o crescimento da produção dos alimentos, surgiu também a preocupação com o aumento de possíveis sobras e com o custo total da produção dos alimentos, o que pode prejudicar o lucro da empresa responsável pelo funcionamento do restaurante. A partir deste contexto, este trabalho propõe a formulação matemática do problema apresentado como um Problema de Programação Linear PPL ([3], [4] e [6]), baseado na formulação do bem conhecido Problema da Dieta, explorado na literatura por [1], [5], [6] e [7]. Desta forma, o problema consiste em minimizar o custo total da produção diária de alimentos do restaurante universitário de maneira que toda a demanda seja atendida. A solução esperada é a quantidade em quilogramas (kg) de arroz, feijão, carne e legumes que devem ser produzidos diariamente.

O Problema da Dieta vem sendo explorado na literatura desde 1945 e foi proposto por George Stigler, pioneiro no ramo ([8]). Nesta época, não havia um método que facilitasse os cálculos; porém, Stigler resolveu um amplo conjunto de inequações e obteve a resposta desejada. Mais recentemente, o trabalho de [7] apresenta uma ferramenta para avaliação de modelos matemáticos para a otimização do planejamento de dietas. Resultados da implementação de alguns modelos são obtidos e comparados.

A solução para o problema do restaurante universitário, proposto neste trabalho, é obtida aplicando-se o Método Simplex, ferramenta criada por George Dantzig ([5]), que se trata de um método iterativo de auxílio à tomada de decisões e que pode ser consultado em [2], [4] e [6]. Dantzig necessitava encontrar um bom problema para testar o novo método criado, sendo o problema da dieta de Stigler escolhido para isso. Segundo [6], em linhas gerais, o Método Simplex parte de uma solução básica viável, pertencente a um vértice, do sistema de equações que constituem as restrições do problema. A partir dessa solução inicial, o algoritmo identifica novas soluções viáveis de valor igual ou melhor que a corrente. Assim, o processo encontra novos vértices da envoltória convexa do problema e determina se este vértice é ótimo ou não, ou seja, se a troca de variáveis na base pode ainda melhorar a função objetivo. O problema do restaurante universitário, formulado como um PPL, tem por objetivo minimizar o custo da produção diária de alimentos que atenda à demanda de 1200 refeições diárias, considerando almoço e jantar, e que forneça os nutrientes necessários aos usuários. Os dados do problema, que se referem à quantidade de nutrientes por quilograma de alimento cozido, estão descritos na Tabela 1, assim como o preço por quilograma de alimento. Os dados referentes aos nutrientes são provenientes de [9]. O problema é formulado conforme as equações apresentadas em (1). Nesta formulação, as variáveis de decisão x_1 , x_2 , x_3 e x_4 representam, respectivamente, as quantidades em quilograma a serem produzidas de arroz, feijão, carne e legumes.

*alunos de iniciação científica UTFPR

Tabela 1: Dados para o modelo do restaurante universitário

Alimento (kg)	Energia (kcal)	Proteína (g)	Carboidrato (g)	Ferro (mg)	Preço por kg
Arroz (x_1)	1300	26	282	1	2,30
Feijão (x_2)	760	48	136	130	3,40
Carne (x_3)	2100	320	0	26	9,50
Legumes (x_4)	273	20	51	4	4,60

$\min 2,3 x_1 + 3,4 x_2 + 9,5 x_3 + 4,6 x_4$ (função objetivo)

sujeito a (restrições)

$$1300 x_1 + 760 x_2 + 2100 x_3 + 273 x_4 \geq 1920000 \quad (1)$$

$$26 x_1 + 48 x_2 + 320 x_3 + 20 x_4 \geq 78000$$

$$282 x_1 + 136 x_2 + 51 x_4 \geq 411600$$

$$x_1 + 130 x_2 + 26 x_3 + 4 x_4 \geq 21600$$

Com auxílio do software LINDO 6.1¹, a solução ótima é alcançada com 3 iterações do método simplex, sendo que o custo mínimo é R\$4.711,12, produzindo-se por dia 1395,26kg de x_1 , 133,34kg de x_2 , 110,38kg de x_3 e 0kg de x_4 . A análise do custo reduzido indica que, para que a variável x_4 deixe de ser nula e se torne básica, seu coeficiente na função objetivo deve ser $0 < x_4 \leq 0,89$. Comparando o custo ótimo obtido com o custo real, a solução ótima fornece uma economia diária de R\$687,88 na produção de alimentos. A análise de sensibilidade fornece intervalos de variação das constantes e dos coeficientes da função objetivo para os quais a base permanece inalterada. A variação das constantes das restrições pode ocorrer nos intervalos: $0 < 1920000 \leq 2146992,4kcal$; $43744,5 \leq 78000 \leq 285831,1g$; $354877 \leq 411600 \leq 790177,6g$ e $4713,73 \leq 21600 \leq 147742,07mg$. Também na função objetivo, o custo do kg das variáveis x_1 , x_2 , x_3 e x_4 pode variar nos intervalos $0,75 \leq x_1 \leq 4,86$; $2,16 \leq x_2 \leq 48,3$; $0,46 \leq x_3 \leq 20,67$ e $0,89 \leq x_4$. Por exemplo, atribuindo-se $x_1 = 4,86$ na função objetivo, o custo ótimo passa a ser R\$8283. Como perspectivas de continuidade deste trabalho, dados reais estão sendo coletados no restaurante universitário para que outras restrições práticas sejam incorporadas ao problema, como um horizonte de planejamento *multiperíodo*. Além disso, pretende-se verificar a viabilidade de se propor cardápios vegetarianos para analisar o impacto no custo de tal diversificação.

Palavras-chave: Otimização Linear, Problema da Dieta, Restaurante Universitário.

Referências

- [1] V.M.B. Araújo; L.F.R. Souza, Modelagem Matemática aplicada a dietas alimentares e estudo de obesidade. *Revista Eletrônica de Educação e Ciência*, **02**:01, (2012), 30-43.
- [2] M.N. Arenales; V. Armentano; R. Morabito; H. Yanasse, H. "Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia". Rio de Janeiro, Elsevier, 2007.
- [3] M.S.Bazaraa; J.J.Jarvis; H.D.Sherali, "Linear Programming and Network Flows", Wiley, 2004
- [4] G.B. Dantzig, "Linear Programming and Extensions", Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1963.
- [5] G.B. Dantzig, The Diet Problem. *Interfaces*, **20**:4, (1990) 43-47.
- [6] M.C. Goldberg; H.P.L. Luna, "Otimização Combinatória e Programação Linear – modelos e algoritmos", Rio de Janeiro: Campus, 2005.
- [7] A.A. Namen; C.T. Bornstein, Uma ferramenta para avaliação de resultados de diversos modelos de otimização de dietas. *Pesquisa Operacional*, **24**:3, (2004), 445-465.
- [8] G. Stigler, The Cost of Subsistence. *Journal of Farm Economics*, 25, (1945)303-314.
- [9] Tabela brasileira de composição de alimentos / Núcleo de Estudos e Pesquisas em Alimentação.- Versão II. - 2. ed. - Campinas, SP: NEPA-UNICAMP, 2006. 113 pg.

¹ "Linear Interactive and Discrete Optimizer". Disponível em <www.lindo.com>