

Encontrando todos os minimizadores de uma função através de um algoritmo de busca direta

Joviana S. de Souza **Mateus Braga Oliveira**

Depto de Ciências Exatas, Biológicas e da Terra, INFES, UFF
28470 000, Santo Antônio de Pádua, RJ
E-mail: mateus.broli@gmail.com

1-Introdução

Neste trabalho aborda-se uma metodologia para se minimizar funções multimodais, ou seja, funções que apresentam vários minimizadores ou maximizadores. A metodologia proposta determina todos os minimizadores da função, utilizando para isto o método de busca direta Nelder Mead associado a uma técnica que consiste em transformar a função objetivo, tornando cada minimizador já encontrado um pólo repulsivo da função objetivo do problema, devido a isso denomina-se técnica de polarização.

2 – O Método de Nelder Mead

O método de Nelder-Mead, proposto por Nelder (1965), é um dos métodos de busca direta mais utilizado. A partir de um simplex inicial, o método busca melhorar o pior vértice refletindo-o em relação ao centróide dos n melhores vértices. É permitido a realização de reflexão não isométrica, expansão ou contração externa, bem como contração interna do simplex. Se nenhum desses passos produzir uma melhora, o simplex é reduzido e o processo é reiniciado. Neste método o simplex pode assumir formas arbitrárias e alguns de seus ângulos internos podem se tornar arbitrariamente pequenos. O conjunto de direções de busca pode se alterar em cada iteração, bastando executar um passo que não seja de reflexão isométrica ou de redução do simplex.

3 – A técnica de polarização

A técnica de polarização, introduzida por Henderson et al. (2010), auxilia na localização de mais de um minimizador global de uma função não negativa. A abordagem considerada parte do seguinte princípio: suponha que o primeiro minimizador global de uma função, denotado por $y^{(1)}$, já foi determinado pelo método de otimização global disponível. Em seguida, para determinar um segundo minimizador global $y^{(2)}$, emprega-se o mesmo algoritmo de otimização na resolução do subproblema:

$$\begin{cases} \text{Minimizar } f_1(y) = \frac{f(y) + \alpha}{\arctg \|y - y^{(1)}\|} \\ y \in \mathfrak{R}^r \end{cases} \quad (P1)$$

$$\alpha \geq 0$$

De uma maneira geral, tendo-se resolvido o subproblema (P1) e supondo-se que $n > 1$ soluções já foram determinadas, procura-se a $(n+1)$ -ésima solução, resolvendo o seguinte problema:

$$\begin{cases} \text{Minimizar } f_n(y) = \frac{f_{n-1}(y)}{\arctg \|y - y^{(n)}\|} \\ y \in \mathfrak{R}^r \end{cases}$$

4 – Resultados e Conclusões

Nesta seção são apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta aplicada à três funções multimodais, onde a primeira função abordada possui seis minimizadores e as outras duas funções possuem dois minimizadores.

4.1 – Funções

$$f_1(x_1, x_2) = (x_1^3 - 3x_1^2 - x_2 + 2)^2 + ((x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 4)^2$$

$$f_2(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)^2 + (x_1^2 + x_2^2 - 1)^2$$

$$f_3(x_1, x_2) = (x_1 + x_2^2)^2 + (x_1^2 - x_2^2 - 2)^2$$

Tabela 1: Minimizadores das funções $f_1(x_1, x_2)$, $f_2(x_1, x_2)$ e $f_3(x_1, x_2)$ determinados pela metodologia proposta.

	Min. f_1						Min. f_2		Min. f_3	
x_1	2.8478	1.7654	0.2346	-0.8478	-0.4142	2.4142	0.7071	-0.7071	-2.0000	-2.0000
x_2	0.7654	-1.8478	1.8478	-0.7654	1.4142	-1.4142	0.7071	-0.7071	1.4142	-1.4142

4.2 - Gráficos

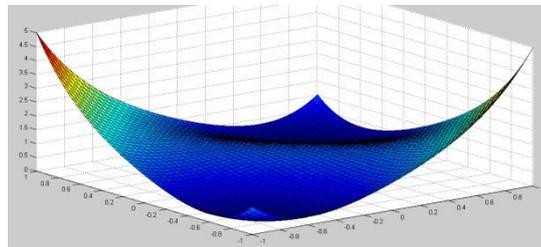
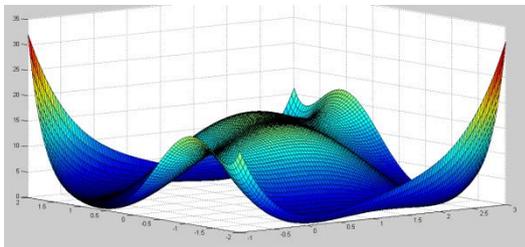


Figura 4.1: Gráfico da função $f_1(x_1, x_2)$ Figura 4.2: Gráfico da função $f_2(x_1, x_2)$

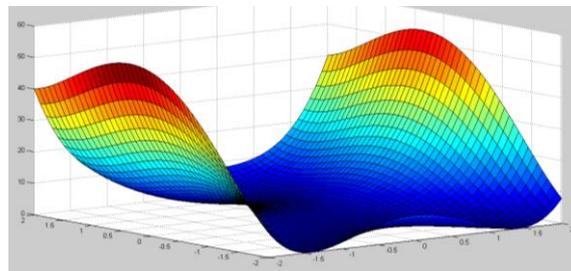


Figura 4.3: Gráfico da função $f_3(x_1, x_2)$

4.5 – Conclusões

A partir dos resultados obtidos por meio do método de Nelder Mead, com a utilização da técnica de polarização, foi possível obter todos os mínimos globais das funções mostradas anteriormente. Os resultados numéricos com a aplicação da metodologia comprovam robustez e eficiência, de maneira que todas as raízes das funções estudadas foram encontradas.

5 – Referências Bibliográficas

- [1] Henderson, N., Sacco, W. F., Platt, G. M. (2010), Finding more than one root of nonlinear equations via a polarization technique: an application to double retrograde vaporization. Chemical Engineering Research and Design, v. 88, n.5-6, p. 551-561.
- [2] Nelder, J.A.; Mead, R. (1965), A simplex method for function minimization, The Computer Journal, Vol. 7, p. 308-313.
- [3] Silva, M. R., Algoritmo heurístico de busca direta para solução de problemas de programação não linear irrestrita com múltiplos ótimos. In: 42 SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2010, Bento Gonçalves - RS.