

Aplicação da Teoria do Controle Ótimo sobre a ameaça da invasão biológica do *Oreochromis niloticus* (tilápia-do-nylo) na bacia do Igarapé da Fortaleza, Macapá (AP)

Jonas da S. Batista* **Wilerson de A. Pereira**

Coordenação de Matemática, UNIFAP

68.903-419, Campus Marco Zero Macapá, AP

E-mail: jonastista@hotmail.com

Simone de A. Delphim Leal

Universidade Federal do Amapá - Coordenação de Matemática

68.903-419, Campus Marco Zero Macapá, AP

E-mail: leal@unifap.br

RESUMO

A Teoria do Controle é uma área multidisciplinar com significativo aporte Matemático, cujas aplicações estão presentes nas diversas áreas da ciência, tecnologia e engenharia. Tem como principal visão apresentar modos de se atuar sobre um sistema a fim de controlar seu comportamento. O sistema controlado pode ser mecânico, físico, químico, biológico, ecológico, econômico, entre outros; pode ser discreto ou contínuo. Ver Leitão [4].

Existe na teoria de controle um vasto conjunto de técnicas apropriadas para resolver uma classe de problemas. A escolha da técnica vai depender (i) do sistema a ser controlado, (ii) do objetivo do controle e (iii) do modo como o controle deve ser realizado. E com base nessas teorias podemos aplica-la em problemas de otimização, com enfoque em uma poderosa ferramenta matemática, o Princípio do Máximo de Pontryagin.

O Princípio do Máximo de Pontryagin é uma condição necessária satisfeita pelas soluções do problema de controle ótimo. O interesse do mesmo nestes casos consiste em reduzir o número de hipóteses para as funções de controle ótimo, tornando então possível eliminar as soluções não ótimas (ver Leitão [3]). O objetivo deste trabalho é apresentar de forma introdutória a teoria de controle ótimo através de sua aplicação em um problema de invasão biológica.

Inicialmente, assume-se que a dinâmica das espécies pode ser representada pelo modelo padrão Lotka-Volterra,

$$N'_1(t) = (\alpha_1 - \beta_1 N_2(t))N_1(t); \quad N_1(0) = N_{10}$$

$$N'_2(t) = (\beta_2 N_1(t) - \alpha_2)N_2(t), \quad N_2(0) = N_{20}$$

onde, $N_1(t)$, $N_2(t)$ representam a população no tempo t de presas e predadores, respectivamente, e α_1 , α_2 , β_1 e β_2 são constantes positivas.

E considerando uma situação em que a presa atua como praga, busca-se através do uso da introdução de um agente de controle, ou seja, $u(t)$ que atua tanto na população de presas como na população de predadores com densidades d_1 e d_2 , diferentes entre si, com intuito de reduzir a população da praga a um nível desejável em um tempo T . Desta forma o problema de controle ótimo pode ser descrito por (ver Goh [2]):

* Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq

$$\min_u N_1(T) + \frac{A}{2} \int_0^T u(t)^2 dt$$

Sujeito a

$$\begin{aligned} N'_1(t) &= (1 - N_2(t))N_1(t) - d_1N_1(t)u(t), \quad N_1(0) = N_{10} \\ N'_2(t) &= (N_1(t) - 1)N_2(t) - d_2N_2(t)u(t), \quad N_2(0) = N_{20} \end{aligned}$$

$$0 \leq u(t) \leq u_{max} \quad \int_0^T u(t) dt = B$$

A Aplicação deste modelo foi feita na recém-observada invasão biológica do *Oreochromis niloticus* (tilápia-do-nilo) do rio Nilo (África) na bacia do Igarapé da Fortaleza em Macapá/AP, pois há uma preocupação sobre os possíveis impactos que esse peixe poderá causar à ictiofauna nativa. Porém, os impactos ambientais da introdução desse peixe nesse ecossistema aquático estuarino são ainda desconhecidos. Ver Bittencourt [1].

O modelo matemático analisado apresenta estratégias de controle para o caso da invasão da tilápia do Nilo, minimizando seu impacto na população de ciclídeos nativos e, conseqüentemente, a comunidade da ictiofauna da região.

Palavras-chave: *Otimização, Princípio do Máximo de Pontryagin, Invasão biológica.*

Referências

- [1] BITTENCOURT, Luana Silva. **Oreochromis niloticus e o diagnóstico de uma fauna parasita como feramenta da avaliação de ameaça dessa invasão biológica na bacia do Igarapé da Fortaleza, Macapá-AP.** 2012. 172f. Dissertação (Mestrado em Biodiversidade Tropical) – Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2012.
- [2] GOH, Bean San e LEITMANN, George e VINCENT, Thomas L. **Optimal control of a prey-predator system.** Mathematical Biosciences, 19, 1974.
- [3] LEITÃO, Antônio e BAUMEISTER, Johan; **Introdução à Teoria de Controle e Programação Dinâmica.** Rio de Janeiro: IMPA, 2008.
- [4] LEITÃO, Antônio; **Cálculo Variacional e Controle Ótimo.** 23º Colóquio Brasileiro de Matemática; Rio de Janeiro: IMPA, 2001.