

## Aplicação das Cadeias de Markov no Estudo do Controle Biológico da Planta Aquática *Eichhornia azurea*

**Ademir Amaro da Silveira Júnior\***

Universidade Federal de Goiás - Coordenação de Matemática  
75801-615, Câmpus Jataí, Jataí, GO  
E-mail: ademiramaro@yahoo.com.br

**Graciele Paraguaia Silveira**

Universidade Federal de Goiás - Coordenação de Matemática  
75801-615, Câmpus Jataí, Jataí, GO  
E-mail: gracimat@gmail.com

### **RESUMO**

O estudo das interações inseto/planta tem despertado o interesse de muitos pesquisadores nos últimos anos, uma vez que estão relacionadas às aplicações econômicas através do controle de pragas e ecológicas.

As infestações por insetos ocasionam grandes prejuízos para o produtor e para o meio ambiente, fazendo com que fazendeiros utilizem pesticidas em suas plantações, lagoas, lavouras ou pastos.

Existem vários métodos para se obter controle da proliferação de pragas. Um deles é o controle biológico, onde insetos predadores são inseridos para eliminar parte da praga [6].

Este trabalho teve como objetivo o estudo do controle biológico da planta aquática *Eichhornia azurea*, usando modelagem matemática e conteúdos matemáticos que são ensinados na educação básica [1], [3]. As plantas aquáticas têm um papel importante nos reservatórios, mas em muitas lagoas elas têm se tornado verdadeiros problemas, devido ao crescimento desordenado, o que leva à necessidade de estudos sobre o controle das mesmas [4].

Cadeias de Markov foram utilizadas para simular um cenário em que três lagoas estão interligadas por córregos e há fluxo de água entre elas. Assim, após a modelagem matemática, simulações foram implementadas com o intuito de se obter a melhor maneira de introduzir o inseto predador para combater a infestação pela planta aquática.

As Cadeias de Markov de ordem 1 são processos que envolvem probabilidades, onde parte-se do estado atual para se obter o estado posterior; são modelos matemáticos simples para fenômenos aleatórios que evoluem no tempo [2], [5].

As hipóteses consideradas no processo de modelagem basearam-se em dados reais, coletados no município de Coxim-MS e estão listadas a seguir:

1. As represas  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  têm áreas de  $150m^2$ ,  $250m^2$  e  $80m^2$ , respectivamente;
2. A taxa de fluxo de deságua são de 6% de  $R_1$  para  $R_2$ , 4% de  $R_2$  para  $R_3$ , 3% de  $R_1$  para  $R_3$  e 5% de  $R_3$  para o meio externo  $EXT$ ;
3. Em cada 6,  $25m^2$  obtemos 42 insetos predadores e 5212g de pecíolos de planta aquática;
4. Cada larva é capaz de se alimentar com 2g de pecíolo da planta aquática;
5. Considera-se infestação quando mais de 70% da área da represa está tomada pela planta;
6. As represas  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  estão infestadas de planta aquática com taxas de 85%, 90% e 100%, respectivamente.

---

\*Mestrando do curso de Mestrado Profissional em Rede Nacional - PROFMAT - com bolsa da CAPES.

Logo, organizando os dados das represas  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  na Tabela 1 obtém-se:

Represas	$I_0$	Massa de pecíolo (kg)	Taxa a ser combatida(%)	Massa a ser combatida(kg)	Insetos necessários
$R_1$	1008	125	15	18,75	9.375
$R_2$	1680	208,5	20	41,7	20.850
$R_3$	538	66,7	30	20	10.000

Tabela 1: Dados para simulação.  $I_0$  é a quantidade de insetos contidos inicialmente.

A Matriz (1) representa as taxas de transferência de insetos entre as represas e a Matriz (2) expressa o número de insetos contidos inicialmente nas 3 represas:

$$\begin{pmatrix} \frac{91}{100} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6}{100} & \frac{96}{100} & 0 & 0 \\ \frac{3}{100} & \frac{4}{100} & \frac{95}{100} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{100} & \frac{100}{100} \end{pmatrix} \quad (1) \qquad \begin{pmatrix} 1008 \\ 1680 \\ 538 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Adicionando 8367 insetos na represa  $R_1$  e calculando o produto das matrizes (1) e (2), obtemos:

$$\begin{pmatrix} \frac{9375}{100}(91) \\ \frac{9375}{100}(6) + \frac{1680}{100}(96) \\ \frac{9375}{100}(3) + \frac{1680}{100}(4) + \frac{538}{100}(95) \\ \frac{538}{100}(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8531 \\ 2175 \\ 860 \\ 27 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Os resultados mostram que após um ciclo, a represa  $R_1$  tem 8531 insetos,  $R_2$  com 2175 insetos,  $R_3$  com 860 insetos e para o meio exterior (EXT) seriam liberados 27 insetos.

Nestas condições a represa 2 atingiria o número máximo de insetos no ciclo 3, com quantidade de 2297. Tal quantidade não é suficiente para que se tenha controle biológico na represa 2, sendo necessário também inserir insetos nesta represa para completar a quantidade necessária. Portanto, pode-se introduzir 18.500 insetos no ciclo 3 para a obtenção do controle nesta represa.

Após o controle na represa 2, a continuação dos ciclos mostrou que a quantidade necessária para controle na represa 3 ocorreria no ciclo 6. O método empregado possibilita que outros cenários sejam simulados e que tal abordagem possa ser adotada no ensino médio, como forma de incentivar o aprendizado de conteúdos matemáticos aplicados em situações reais.

Em trabalhos futuros pretende-se estudar o problema proposto usando modelo presa-predador [3], com uma investigação mais detalhada dos parâmetros envolvidos.

**Palavras-chave:** *Modelagem Matemática, Cadeias de Markov, Planta Aquática, Eichhornia azurea, Thrypticus sp*

## Referências

- [1] Bassanezi, R. C., *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. Contexto, São Paulo, 2002.
- [2] Dimitri P. Bertsekas and John N. Tsitsiklis, *Introduction to Probability*, Massachusetts, USA, 2000.
- [3] Leah L. Edelstein-Keshet, *Mathematical Model in Biology*. McGraw Hill, 1998.
- [4] Lodge, M.D. Herbivory on freshwater macrophytes. *Aquatic Botany*, 41: 195-224. 1991.
- [5] Noble, Ben e Daniel, James W., *Ágebra Linear Aplicada*, Traduzido por Pitombeira, J., PHB, 1986.
- [6] Pitelli, R.A.; Pitelli, R.L.C.M. e Marcondes, D.A.S. Controle biológico de macrófitas aquáticas. In: *Workshop Ecologia e Manejo de Macrófitas Aquáticas*. Maringá, PR. 2000.