

Identificação de danos estruturais a partir de um modelo de superfície de resposta

Isabela C. S. S. Rangel, Leonardo T. Stutz, Luciano S. Rangel,

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico,

28.610-974, Nova Friburgo, RJ,

E-mail: isilva@iprj.uerj.br, ltstutz@iprj.uerj.br, lrangel@iprj.uerj.br.

Resumo: Neste trabalho, aborda-se a identificação de danos estruturais utilizando as técnicas baseadas no domínio da frequência. Na formulação do problema de identificação de danos é utilizado o Modelo de Superfície de Resposta (MSR) em substituição de um Modelo de Elementos Finitos (MEF) da estrutura. No presente trabalho, a estrutura simulada trata-se de uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada, onde o problema inverso em questão é definido como um problema de minimização, onde objetivo é minimizar, uma função de erro definida a partir dos dados experimentais e de resultados analíticos previstos pelo MSR. A utilização do método Evolução Diferencial (ED) no problema de identificação de danos é considerado. Frente aos resultados numéricos obtidos, a estratégia adotada mostrou-se capaz de localizar e quantificar os danos com elevada acurácia.

Palavras-chave: Identificação de danos estruturais. Frequências naturais. Modelo de superfície de resposta.

Introdução

A identificação de danos estruturais é uma questão de fundamental importância na engenharia, visto que uma estrutura está sujeita a processos de deterioração e a ocorrência de danos durante a sua vida útil. A presença de danos compromete o desempenho e a integridade estrutural, podendo colocar vidas humanas em risco e resultam em perdas econômicas consideráveis.

O contínuo monitoramento da estrutura e a identificação de danos num estágio inicial contribuem para a redução dos custos de manutenção de reparo, além de aumentar sua confiabilidade e sua vida útil. Neste caso, estudos e ensaios devem ser realizados com intuito de fornecer recursos para uma correta avaliação da integridade da estrutura, podendo assim, estabelecer critérios da utilização da estrutura com segurança.

Os métodos de identificação de danos estruturais e monitoramento de estruturas fundamentadas no domínio modal - domínio contendo os parâmetros modais da estrutura, quais sejam: frequências naturais, razões de amortecimento e formas modais - são constantes na literatura especializada, com aplicações bem sucedidas nas engenharias mecânica, civil e aeroespacial [1]. Os métodos de identificação de danos geralmente são baseados em: dados modais (análise modal), dados no domínio do tempo e dados no domínio da frequência. O presente trabalho considera parâmetros modais da estrutura, especificamente, as frequências naturais não amortecidas.

Técnicas de identificação de danos estruturais e monitoramento de estruturas fundamentadas no ajuste de um MEF são constantes na literatura especializada. No entanto, a obtenção de um problema geralmente mal posto e o elevado custo computacional, inerente a essas técnicas, limitam ou até mesmo inviabilizam a sua aplicabilidade em estruturas que demandam um modelo de ordem elevada. Para contornar essas dificuldades, pode-se utilizar o MSR em substituição a um MEF da estrutura, onde o MSR apresenta como vantagem a redução do custo computacional para a solução de problemas inversos de identificação de danos [2].

No presente trabalho, a identificação de danos estruturais considera o ajuste de um MSR da estrutura, objetivando-se a minimização de uma função de erro definida a partir das frequências naturais experimentais e das correspondentes frequências previstas pelo MSR. Estuda-se o problema de identificação de danos estruturais em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada, considerando as frequências naturais na formulação do problema inverso.

O trabalho é organizado como se segue. Na formulação do problema direto é apresentado o modelo matemático utilizado para descrever o dano estrutural, assim como o problema de autovalor-autovetor, necessário para a obtenção das frequências naturais. No Modelo de Superfície de Resposta é descrita a base teórica deste. Na formulação do problema inverso é apresentada, de forma sucinta, o problema de identificação de danos a ser resolvido. Nos resultados numéricos analisa-se o comportamento da viga em função da localização do dano e da intensidade, e são apresentados os resultados, utilizando o método estocástico Evolução Diferencial (ED), do problema de identificação de danos considerado.

Formulação do Problema Direto

Na estratégia de identificação de danos adotada, a integridade da estrutura é considerada como sendo continuamente descrita, no domínio do corpo, por um parâmetro estrutural denominado *parâmetro nodal de coesão* (β) [6]. Este parâmetro está relacionado com a ligação entre os pontos materiais e pode ser interpretado como uma medida do estado de coesão local do material, onde $0 \leq \beta \leq 1$. Se $\beta = 1$, considera-se que todas as ligações entre os pontos materiais foram preservadas, ou seja, não há defeito na estrutura. Se $\beta = 0$, considera-se uma ruptura local, pois todas as ligações entre os pontos materiais foram desfeitas.

Neste trabalho, considerou-se que o dano afeta apenas as propriedades elásticas da estrutura, hipótese comumente adotada na literatura. Deste modo, a matriz de rigidez do MEF da estrutura pode ser escrita como

$$\mathbf{K}(\beta_h) = \int_{\Omega} \beta(x) E_0 I_0 \mathbf{H}^T(x) \mathbf{H}(x) d\Omega, \quad (1)$$

onde \mathbf{H} é o operador diferencial discretizado, E_0 e I_0 são, respectivamente, os valores nominais do módulo de elasticidade e do momento de inércia de área e β representa o campo de coesão no domínio elástico Ω da estrutura. Deve-se enfatizar que a discretização do campo de coesão β não depende da discretização do campo de deslocamentos, de forma que diferentes malhas podem ser adotadas.

A partir da Eq. (1), tem-se que a rigidez à flexão ao longo da viga é dada por

$$E(x)I(x) = \beta(x)E_0I_0. \quad (2)$$

Portanto, o parâmetro de coesão representa qualquer alteração, provocada pela presença de danos estruturais, na rigidez à flexão da estrutura. Por simplicidade, considerando-se uma viga de seção transversal retangular e com módulo de elasticidade uniforme, o campo de coesão pode ser escrito como

$$\beta(x) = \left(\frac{h(x)}{h_0} \right)^3, \quad (3)$$

onde h_0 e $h(x)$, indicam, respectivamente, a espessura nominal e a espessura da viga na posição x . O vetor de parâmetros nodais de coesão é definido como

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np}]^T, \quad (4)$$

onde np é o número total de parâmetros de coesão do modelo. Portanto, considerando-se as Eqs. (3) e (4), nos nós defeituosos tem-se $h(x)/h_0 < 1$, e nos nós onde não há danos, tem-se $h(x)/h_0 = 1$.

No presente trabalho as frequências naturais não-amortecidas serão utilizadas no problema de identificação de danos estruturais, sendo estas, obtidas a partir do seguinte problema de autovalor-autovetor generalizado, escrito na forma matricial como

$$\mathbf{K}\Phi = \Lambda\mathbf{M}\Phi \tag{5}$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa e as matrizes modais Φ e Λ constituem, respectivamente, a matriz de autovetores e autovalores [4], dadas por

$$\begin{aligned} \Phi &= [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \dots \quad \Phi_n] \\ \Lambda &= \text{diag}(\omega_i^2), \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{6}$$

onde Φ_i representa a i -ésima forma modal da estrutura e ω_i^2 sua correspondente frequência natural não-amortecida.

Modelo de Superfície de Resposta

No MSR, relações explícitas são definidas entre parâmetros da estrutura — no caso especial de identificação de danos, os parâmetros nodais de coesão — e respostas de interesse. Desta forma, seja no domínio do tempo ou da frequência, para uma dada resposta escalar y , tem-se

$$y = f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np}) + \varepsilon \tag{7}$$

onde $f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np})$ representa a relação entre a resposta e as variáveis independentes e ε sendo o resíduo. Em geral, os fatores (parâmetros do modelo) são codificados como,

$$x_i = \frac{\beta_i - (\beta_{min} + \beta_{max})/2}{(\beta_{max} - \beta_{min})/2}, \quad i = 1, 2, \dots, np \tag{8}$$

tal que $x_i \in [-1, 1]$. Dessa forma, a Eq. (7) pode ser reescrita como

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_{np}) + \varepsilon \tag{9}$$

Na maioria dos casos, desconhece a relação entre a resposta e as variáveis independentes. Esta relação pode ser aproximada por polinômios de baixa ordem em algumas regiões relativamente pequenas do espaço definido pelas variáveis independentes, sendo então comumente utilizados modelos de primeira ou segunda ordem. Em geral, descreve-se o modelo de segunda ordem como

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{np} b_i x_i + \sum_{i=1}^{np} b_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^{np} \sum_{j=2}^{np} b_{ij} x_i x_j + \varepsilon \tag{10}$$

onde b_0, b_i, b_{ii} e b_{ij} são os coeficientes da função de resposta.

Para a determinação dos coeficientes da função de resposta, deve-se ter um número n_d de dados maior, ou no mínimo igual, ao número de coeficientes. Considerando a Eq. (10) e um conjunto com n_d dados, tem-se

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \varepsilon \tag{11}$$

onde \mathbf{y} é o vetor contendo os n_d valores da resposta y , \mathbf{X} é a denominada matriz de projeto, cujos componentes são obtidos os parâmetros codificados x_i , \mathbf{b} o vetor contendo os coeficientes da função de resposta e ε o vetor contendo os resíduos do modelo.

Considerando o método dos mínimos quadrados, estima-se o vetor de coeficientes $\hat{\mathbf{b}}$ por

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \tag{12}$$

onde T , como usual, representa a operação de transposição de matriz. Portanto, a resposta \hat{y} prevista pelo modelo, pode ser representada como

$$\hat{y} = \hat{b}_0 + \sum_{i=1}^{np} \hat{b}_i x_i + \sum_{i=1}^{np} \hat{b}_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^{np} \sum_{j=2}^{np} \hat{b}_{ij} x_i x_j \tag{13}$$

Para cada resposta escalar considerada, determina-se uma superfície de resposta. Por simplicidade, será denominado MSR o conjunto envolvendo todas de superfícies de resposta em questão.

Deve-se notar que o aumento do número de parâmetros do modelo resulta em um aumento no número de coeficientes das superfícies e, principalmente, em um aumento significativo do número de possíveis combinações dos parâmetros. No entanto, a aplicação do modelo de superfície de resposta em estruturas mais complexas pode ser viabilizada, por exemplo, através da combinação de um modelo de dano constante por elemento (modelo mais simples que o adotado neste trabalho) e a definição de subestruturas; e a partir de projeto ótimo de experimentos.

Formulação do Problema Inverso

O problema de identificação de danos pode ser definido, como um problema inverso de estimação de parâmetros, onde, buscam-se identificar os parâmetros físicos do sistema, parâmetros nodais de coesão, a partir das informações experimentais da estrutura, frequências naturais.

Para a formulação do problema de identificação de danos no domínio da frequência, é definido o vetor de resposta generalizada como,

$$\mathbf{v} = [\omega_{n1} \ \omega_{n2} \ \dots \ \omega_{nE}] \tag{14}$$

onde ω_i , $i = 1, \dots, n_E$, representa a i -ésima frequência natural da estrutura e n_E é o número de frequências naturais consideradas no processo de identificação. Na definição do problema de identificação de danos, tem-se um funcional definido a partir da diferença entre a resposta experimental e a resposta prevista pelo MSR,

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \left\| \frac{\mathbf{v}_E - \hat{\mathbf{v}}(\boldsymbol{\beta})}{\mathbf{v}_E} \right\|^2 \tag{15}$$

sendo \mathbf{v}_E o vetor contendo as frequências naturais obtidas experimentalmente, $\hat{\mathbf{v}}(\boldsymbol{\beta})$ o correspondente vetor contendo as frequências naturais previstas pela MSR, ou seja, para cada frequência natural que compõe o vetor \mathbf{v} , é determinada uma superfície de resposta. No presente trabalho, para a resolução do problema inverso, utilizou-se o algoritmo Evolução Diferencial [5].

Resultados Numéricos

Nos resultados que se seguem, considerou-se uma viga de aço simplesmente apoiada com os parâmetros geométricos e materiais apresentados na Tabela 1.

Comprimento	1,46 m
Espessura	$7,9375 \times 10^{-3}$ m
Largura	$7,62 \times 10^{-2}$ m
Momento de Inércia de Área	$3,1756 \times 10^{-9}$ m ⁴
Módulo de Elasticidade	$2,07 \times 10^{11}$ Pa
Massa específica	$7,85 \times 10^3$ kg/m ³

Tabela 1: Propriedades nominais da viga.

A viga em questão foi discretizada pelo MEF em 24 elementos bidimensionais do tipo Euler-Bernoulli, onde cada elemento apresenta dois nós e cada nó possui dois graus de liberdade (GDL) – um de rotação e outro de translação – e um parâmetro de coesão. Portanto, a estrutura possui 25 parâmetros nodais de coesão e, devido às condições de contorno, 48 GDL.

Nos casos considerados, utiliza-se a mesma malha de elementos para aproximar o campo de deslocamentos e também o campo de coesão (dano). O MEF é utilizado com os valores nodais do parâmetro de coesão prescrito de acordo com os cenários de danos considerados, para gerar as frequências naturais da estrutura danificada, representado assim, os dados experimentais sintéticos utilizados no processo de identificação de danos.

No presente trabalho, objetivando simular de forma mais realística os dados experimentais, considerou-se a presença de ruído aditivo, de média nula, nas frequências naturais experimentais sintéticas como se segue

$$\omega_{i,exp} = \omega_{i,exp}^0 \left(1 + \frac{p}{100} \text{rand}(-1, 1)\right) \tag{16}$$

sendo $\omega_{i,exp}$ e $\omega_{i,exp}^0$, as frequências naturais experimentais sintéticas contaminadas com ruído e as frequências naturais sem ruído, respectivamente, p representa o nível de ruído acrescentado e $\text{rand}(-1, 1)$ representa uma função geradora de números aleatórios no intervalo de $(-1, 1)$.

Uma análise do comportamento da viga é realizada, em relação às suas frequências naturais, em função da posição e da intensidade do dano. Considera-se cada posição nodal da malha de defeitos, uma por vez, para danos de intensidade leve ($h(x)/h_0 = 0,9$), média ($h(x)/h_0 = 0,75$) e severa ($h(x)/h_0 = 0,5$). Para cada modo de vibração considerado, é calculada a razão entre as frequências naturais da estrutura com e sem dano,

$$\omega_{R_i} = \frac{\omega_{d_i}}{\omega_i} \tag{17}$$

sendo ω_{d_i} e ω_i , a frequência natural da estrutura com e sem dano para o i -ésimo modo de vibração, respectivamente. A Figura 1, apresenta a influência da intensidade e localização do dano nas duas primeiras frequências naturais da estrutura.

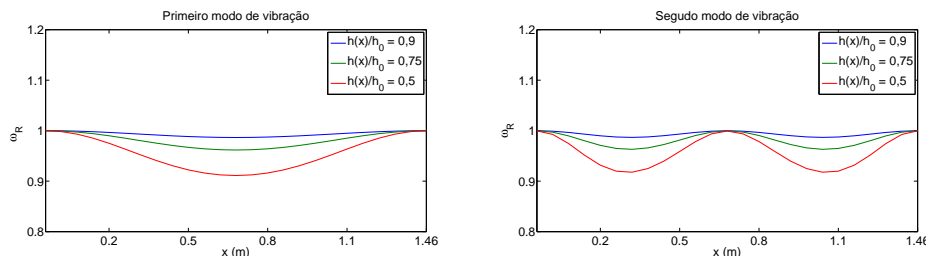


Figura 1: Análise das frequências naturais relativas da estrutura.

Da Figura 1, é possível observar que as frequências naturais apresentam pouca sensibilidade aos danos nas regiões próximas ao extremo da viga, sendo provável uma maior dificuldade na identificação de danos nessas regiões. Ademais, observa-se que danos de mesma magnitude e em posições simétricas resultam nas mesmas variações nas frequências naturais e, portanto, uma estratégia de identificação de danos baseada apenas nas frequências naturais é, em princípio, incapaz de diferenciar esses cenários.

Como a viga foi discretizada em 24 elementos, têm-se então 25 parâmetros nodais de coesão. No entanto, em vista da simetria da viga, pode-se considerar a viga como sendo formada por subestruturas, diminuindo assim, significativamente o número de parâmetros nodais de coesão a serem considerados na geração das superfícies de resposta. As subestruturas são definidas de forma indireta, através de parâmetros nodais de coesão simétricos. De acordo com a Figura 2, os elementos que contém parâmetros de coesão simétricos formam uma subestrutura.

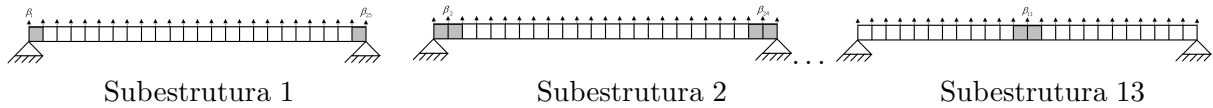


Figura 2: Divisão das subestruturas presentes na viga simplesmente apoiada.

Para a obtenção do MSR utilizou-se o Projeto Composto Central do tipo Circunscrito (CCC) [3]. Este projeto necessita de pontos fatoriais (β_{-1}, β_1) , pontos axiais $(\beta_{-\alpha}, \beta_\alpha)$ e ponto central (β_0) , sendo estes pontos, os limites das variáveis de entrada para a obtenção da superfície de resposta. Os limites considerados foram: $\beta_{-\alpha} = 0,182$, $\beta_{-1} = 0,512$, $\beta_0 = 0,729$, $\beta_1 = 1$ e $\beta_\alpha = 1,331$.

A princípio foram considerados os três tipos de MSR: linear (LI), quadrático sem interação entre os parâmetros (QP) e quadrático com interação entre os parâmetros (QI). Depois de algumas análises realizadas, constatou-se que a superfície QI reproduz o melhor ajuste do modelo. Na identificação de danos utiliza-se o MSR das quatro primeiras frequências naturais, sendo estas superfícies do tipo QI e geradas a partir de um projeto D-ótimo com 200 combinações, onde estas combinações são escolhidas entre as 8219 combinações possíveis do CCC para as 13 subestruturas consideradas. A Tabela 2, apresenta os cenários de danos que serão considerados neste trabalho.

Caso	Subestrutura	Posição (m)	$h(x)/h_0$	Nível de ruído (%)
1	10	0,5475	0,8	1
2	10; 4	0,5475; 1,2775	0,9	0

Tabela 2: Cenários de danos - Viga simplesmente apoiada.

No Caso 1 considerou-se apenas uma região danificada, com o dano definido pela espessura relativa de 80% em $x = 0,5475\text{m}$, e frequências naturais corrompidas com 1% de ruído. No Caso 2, realiza-se a imposição do dano através da redução de 10% na altura relativa da seção transversal nas duas posições danificadas, ou seja, $h(x)/h_0 = 0,9$ para $x = 0,5475\text{m}$ e $x = 1,2775\text{m}$, e não se considera ruído. Devido à aleatoriedade dos métodos estocásticos, foram realizadas 10 simulações com o método ED e o resultado final apresentado foi obtido da média aritmética envolvendo os resultados parciais. Para a parametrização do método, foram utilizados os seguintes valores: tamanho da população 120, fator de perturbação 0,5, probabilidade de cruzamento 0,9 e número de gerações $q = 1000$. O critério de parada foi através do número máximo de gerações ou pela tolerância do funcional de 10^{-15} . Para validação do resultado, calculam-se os erros relativos das quatro primeiras frequências naturais, antes e depois da identificação de danos.

Na Figura 3, é apresentada a média das dez simulações utilizando o método ED e os erros relativos, para o Caso 1.

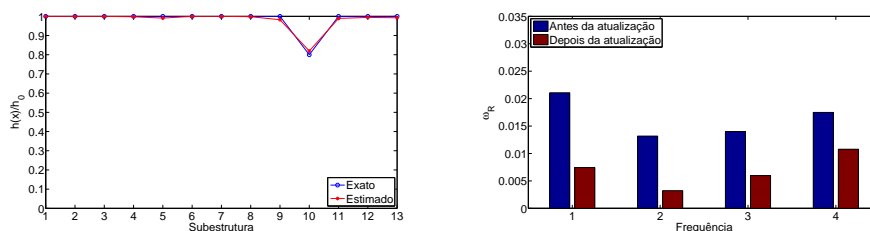


Figura 3: Identificação de danos para o Caso 1.

Da Figura 3, observa-se o método proposto foi capaz de identificar com acurácia a subestrutura danificada e a intensidade do dano presente. O resultado obtido é, de certa forma, validado pela diminuição do erro relativo das frequências naturais após a identificação. Da Figura 4, verifica-se a o método foi capaz de identificar tanto as subestruturas danificadas quanto a intensidade dos danos para o cenário do Caso 2.

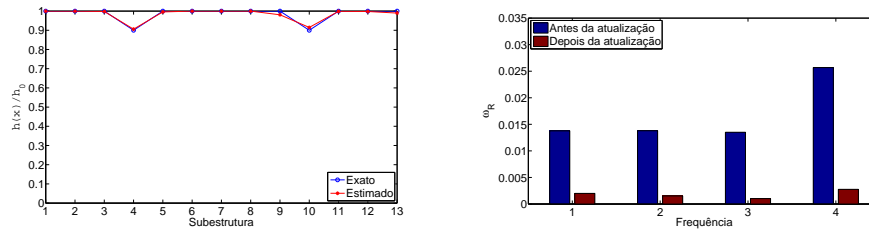


Figura 4: Identificação de danos para o Caso 2.

Pode-se observar que a abordagem proposta foi capaz de identificar com acurácia as subestruturas danificadas e a intensidade dos danos. Com relação ao custo computacional, avaliou-se o tempo gasto no processo de identificação de danos tanto utilizando o MSR quanto MEF. Foi possível observar que em ambos casos estudados, o processo de identificação de danos na viga utilizando o MEF gastou em média 480 s, enquanto o MSR gastou em média 20 s. A partir deste resultado, verifica-se que o MSR reduz consideravelmente o custo computacional na formulação de problemas de identificação de danos.

Conclusão

A utilização das frequências naturais em um problema de identificação de danos estruturais mostrou-se bastante adequada, visto que as frequências naturais podem ser facilmente obtidas e que são pouco afetadas por erros de medição. No caso em questão, a viga foi considerada como sendo formada por subestruturas, diminuindo assim, significativamente o número de parâmetros nodais de coesão a serem considerados na geração das superfícies de resposta. A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que a estratégia adotada é capaz de localizar e quantificar as subestruturas danificadas com elevada acurácia. Como sugestões para trabalhos futuros é a aplicação do MSR em estruturas do tipo viga, com outras condições de contorno, e estruturas do tipo placa e construção de MSR baseados em respostas temporais da estrutura.

Referências

- [1] A. Tomaszewska, Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature. *Computers and Structures.*, Vol. 88, pp. 154-164, 2010.
- [2] S. E. Fang, R. Perera, A response surface methodology based damage identification technique. *J. Iop Publishing*, Vol. 18, pp. 14, 2009.
- [3] Q. T. Guo, L. M. Zhang, Finite element model updating based on response surface methodology Proc. *22nd Int. Modal Analysis Conf.* (Dearborn, MI), 2004.
- [4] L. Meirovitch, Elements of vibration analysis. *New York: McGraw-Hill*, 1986.
- [5] R. Storn, K. Price, Differential Evolution - A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, pp. 341-359, Berkeley, 1997.
- [6] L. T. Stutz, D. A. Castello, F. A. Rochinha, A flexibility-based continuum damage identification approach. *Journal of Sound and Vibration*, 279, pp. 641-667, 2005.