

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelos Matemáticos para Manejo Integrado da *Grapholita molesta* na Cultura do Pessegueiro

Elisa Regina Cara¹

Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, UFRGS, Porto Alegre, RS,

Maria Cristina Varriale²

Departamento de Matemática Pura e Aplicada, UFRGS, Porto Alegre, RS

Resumo A *Grapholita molesta* (mariposa oriental), na cultura do pessegueiro na Região Sul do Brasil é uma praga que provoca perdas na produção da ordem de 3% a 5%. Diante disso, desenvolvemos um modelo matemático para o seu controle, envolvendo três fases do ciclo de vida da mariposa e dois inimigos naturais (parasitoides). Determinamos os pontos de equilíbrio do modelo e suas respectivas estabilidades. Adotamos o Manejo Integrado de Pragas (MIP), incluindo controles biológico e químico, a fim de manter a praga abaixo do Limiar Econômico (LE). O controle biológico foi adotado através da liberação de parasitoides de ovos *Trichogramma pretiosum* e de parasitoides de lagartas *Macrocentrus ancylivorus*; o controle químico através da utilização de inseticidas seletivos. Trabalhamos inicialmente com o modelo sem estrutura espacial, para o qual adotamos na sequência uma abordagem de Redes de Mapas Acoplados, com dispersão por difusão e por taxa quase local. Resultados são visualizados através de gráficos das soluções numéricas.

Palavras-chave. mariposa oriental, Manejo Integrado de Pragas, Limiar Econômico, controle.

1 Introdução

A *Grapholita molesta* (Lepidoptera: Tortricidae) ou mariposa oriental, é uma das principais pragas associadas à cultura do pessegueiro na Região Sul do Brasil [4]. A ocorrência da mariposa oriental está relacionada ao cultivo de frutíferas da família Rosaceae como pessegueiros, ameixeiras, macieiras, dentre outras. Trata-se de um inseto com metamorfose completa, passando pelas fases de ovo, lagarta, pupa e adulta. As perdas na produção se dão na fase de lagarta, pois esta alimenta-se dos ponteiros e frutos, inviabilizando-os para o consumo [4].

¹elisa.regina@ufrgs.br

²cristina.varriale@ufrgs.br

O controle da mariposa oriental é feito, quase que totalmente, através da aplicação de inseticidas químicos de amplo espectro (fosfarados e peritroides), os quais são altamente tóxicos, tanto para a praga, quanto para o meio ambiente em geral [4]. Com o objetivo de reduzir a utilização de inseticidas químicos e adotar técnicas que sejam benéficas ao meio ambiente, saúde dos consumidores e ao mesmo tempo eficazes para o controle da praga, desenvolvemos um modelo matemático que descreve a interação entre três fases do ciclo de vida da mariposa (ovo, lagarta e adulto), o parasitoide de ovos *Trichogramma pretiosum* e o parasitoide de lagartas *Macrocentrus ancylivorus*. Incorporamos a esse modelo estratégias de controle biológico através da liberação de parasitoides; o controle químico, através da aplicação de inseticidas seletivos.

O Manejo Integrado de Pragas (MIP) surgiu para enfatizar a necessidade da incorporação de conceitos básicos de ecologia no desenvolvimento e implementação de sistemas de controle de pragas [5]. Ele consiste na utilização simultânea de diferentes técnicas de supressão populacional como estratégia de combate à praga, de modo a manter a população de insetos em uma condição de não praga (que não causam danos) de forma econômica e harmônica com o ambiente [5]. Desta forma, o que se deseja não é erradicar completamente a população de pragas, mas sim reduzi-la a níveis toleráveis, abaixo de um Limiar Econômico (LE) ou Nível de Controle (NC).

Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos [3,6,7], explorando a aplicação de técnicas do MIP em modelos presa-predador. Adicionalmente, incorporamos uma estrutura espacial ao modelo matemático desenvolvido, através de uma Rede de Mapas Acoplados, na qual consideramos dispersão por difusão e por taxia quase local.

2 Modelo Básico Adimensional

O modelo básico para a dinâmica populacional da mariposa oriental e de seus principais inimigos naturais é composto pelas seguintes cinco EDO's de primeira ordem não lineares:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \gamma n(1-n) - (\alpha_1 + \mu_1)v - \frac{\beta_1 vs}{1+v}, \\ \frac{dl}{dt} = \alpha_2 v - (\alpha_3 + \mu_2)l - \frac{\beta_2 lp}{1+l}, \\ \frac{dn}{dt} = \alpha_4 l - \mu_3 n, \\ \frac{ds}{dt} = \frac{\beta_3 vs}{1+v} - \mu_4 s, \\ \frac{dp}{dt} = \frac{\beta_4 lp}{1+l} - \mu_5 p, \end{cases} \quad (1)$$

onde $v(t)$, $l(t)$, $n(t)$, $s(t)$ e $p(t)$ representam as populações adimensionais (razão entre as populações originais e a capacidade suporte de cada uma) de ovos, lagartas, mariposas adultas, parasitoides de ovos e parasitoides de lagartas, respectivamente; quanto aos parâmetros adimensionais, γ é a taxa de crescimento intrínseca da população $v(t)$; α_i , $i = 1, \dots, 4$ são parâmetros de conversão entre as três fases da mariposa oriental; μ_i , $i = 1, \dots, 5$ são taxas de morte natural das populações e β_i , $i = 1, \dots, 4$ são coeficientes de

parasitismo entre parasitoides e seus respectivos hospedeiros. O parasitismo se dá através da Resposta Funcional de Holling Tipo II, que é a que melhor descreve as interações parasitoide-hospedeiro [6].

2.1 Pontos de Equilíbrio e Viabilidade Biológica

Obtivemos os seguintes cinco pontos de equilíbrio:

- Extinção de todas as populações: $E_0 = (0; 0; 0; 0; 0)$;
- Extinção de ambos os predadores: $E_1 = (v_1; l_1; n_1; 0; 0)$;
- Extinção do predador de ovos: $E_2 = (v_2; l_2; n_2; 0; p_2)$;
- Extinção do predador de lagartas: $E_3 = (v_3; l_3; n_3; s_3; 0)$;
- Coexistência de todas as espécies: $E_4 = (v_4; l_4; n_4; s_4; p_4)$, onde:

$$v_4 = \frac{\mu_4}{\beta_3 - \mu_4}; \quad l_4 = \frac{\mu_5}{\beta_4 - \mu_5}; \quad n_4 = \frac{\alpha_4 \mu_5}{\mu_3(\beta_4 - \mu_5)};$$

$$s_4 = \frac{\gamma \beta_3 \alpha_4 \mu_5}{\beta_1 \mu_3 \mu_4 (\beta_4 - \mu_5)} \left[1 - \frac{\alpha_4 \mu_5}{\mu_3 (\beta_4 - \mu_5)} \right] - \frac{(\alpha_1 + \mu_1) \beta_3}{\beta_1 (\beta_3 - \mu_4)};$$

$$p_4 = \frac{\beta_4}{\beta_2} \left[\frac{\alpha_2 \mu_5}{\mu_5 (\beta_3 - \mu_4)} - \frac{(\alpha_3 + \mu_2)}{\beta_4 - \mu_5} \right].$$

Dentre os equilíbrios citados acima, nosso interesse reside no equilíbrio E_4 , de coexistência das espécies. Este equilíbrio é biologicamente viável se as seguintes quatro condições estiverem satisfeitas:

$$\mu_4 < \beta_3; \quad \mu_5 < \beta_4; \quad R_1 = \frac{(\beta_3 - \mu_4)(\alpha_3 + \mu_2)}{(\beta_4 - \mu_5)\alpha_2} < 1;$$

$$R_2 = \frac{(\alpha_1 + \mu_1)(\beta_4 - \mu_5)^2 \mu_4 \mu_3^2}{\gamma \alpha_4 \mu_5 (\beta_3 - \mu_4) (\mu_3 (\beta_4 - \mu_5) - \alpha_4 \mu_5)} < 1. \quad (2)$$

As condições de estabilidade local para os pontos de equilíbrio também foram obtidas, utilizando o Critério de Routh-Hurwitz [1].

2.2 Escolha dos Parâmetros do Modelo e Simulações Numéricas Iniciais

No que segue, adotamos para os parâmetros do modelo (1): $\gamma = 2,5$, $\mu_1 = 0,205$, $\mu_2 = 0,051$, $\mu_3 = 0,042$, $\mu_4 = 0,066$, $\mu_5 = 0,039$, $\alpha_1 = 0,656$, $\alpha_2 = 0,492$, $\alpha_3 = 0,713$, $\alpha_4 = 0,205$, $\beta_1 = 0,33$, $\beta_2 = 0,574$, $\beta_3 = 0,312$ e $\beta_4 = 0,459$, valores calculados a partir de dados experimentais obtidos por [2,4]. Os valores atribuídos aos parâmetros satisfazem as condições de viabilidade biológica (2) e estabilidade local para a coexistência das espécies.

Através das simulações numéricas verificamos o comportamento da mariposa oriental e dos parasitoides sem a aplicação de nenhum tipo de controle. Na Figura 1 apresentamos os comportamentos das cinco populações, obtidas por métodos numéricos (Runge-Kutta de 4ª Ordem) ainda sem aplicação de nenhum controle. Observamos que todas as populações tendem ao equilíbrio, cujos valores verificam as expressões obtidas na seção 2.1: $E_4 = (0,2683; 0,0929; 0,4532; 5,5657; 1,2520)$.

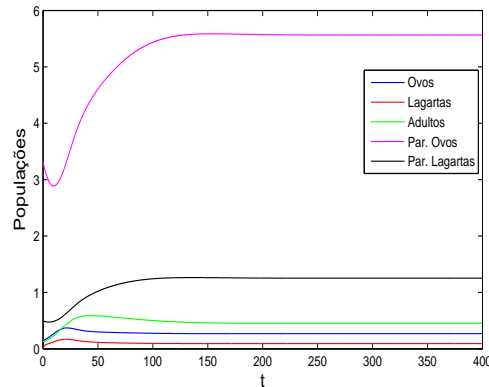


Figura 1: Populações tendendo ao ponto de equilíbrio de coexistência E_4 .

3 Modelo para o Controle da *G. molesta* Através do MIP

O modelo matemático para o manejo integrado da *G. molesta*, considerando a liberação artificial de parasitoides e aplicação de inseticidas seletivos, toda vez que a população de mariposas adultas atinge ou ultrapassa o Limiar Econômico (LE) é dado por:

$$\begin{cases} v(t^+) = (1 - m_1)v(t), \\ l(t^+) = (1 - m_2)l(t), \\ n(t^+) = (1 - m_3)n(t), \\ s(t^+) = s(t) + \eta, \\ p(t^+) = p(t) + \tau, \end{cases} \quad (3)$$

onde $v(t^+)$, $l(t^+)$, $n(t^+)$, $s(t^+)$ e $p(t^+)$ denotam o número de ovos, lagartas, fêmeas adultas, parasitoides de ovos e parasitoides de lagartas, respectivamente, após cada aplicação do controle integrado, no tempo t . No modelo (3), as mortalidades $0 \leq m_i < 1$, $i = 1, \dots, 3$, são a proporção pela qual a densidade de ovos, lagartas e adultos, respectivamente, é reduzida por morte devido à aplicação de inseticidas seletivos uma vez que a população de adultos atinge o LE. Além disso, $\eta \geq 0$ é o número constante de parasitoides de ovos e $\tau \geq 0$ é o número constante de parasitoides de lagartas liberados no tempo t .

Na Figura 2, supomos que o inseticida fosse um lagarticida ($m_2 = 0,85$), por isso não mata os ovos ($m_1 = 0$), e é pouco prejudicial aos adultos ($m_3 = 0,5$). Fixamos a liberação de parasitoides de ovos em $\eta = 1$ e a liberação de parasitoides de lagartas em (a) $\tau = 1$ e (b) $\tau = 2$. Das diversas atribuições aos parâmetros envolvidos no sistema (3), os que correspondem a Figura 2, evidenciam os seguintes fatos: conforme a quantidade de parasitoides de lagartas liberados τ aumenta, menos aplicações do MIP são necessárias; a população de lagartas é reduzida sempre a mesma quantidade após cada aplicação do MIP. Além disso, ao recuperar-se, atinge proporções menores conforme a quantidade de parasitoides de lagartas aumenta. Desta forma, concluímos que o MIP é eficiente no controle das lagartas e que após os transientes iniciais, as aplicações do MIP são aparentemente periódicas, fato este que também foi comprovado por [6].

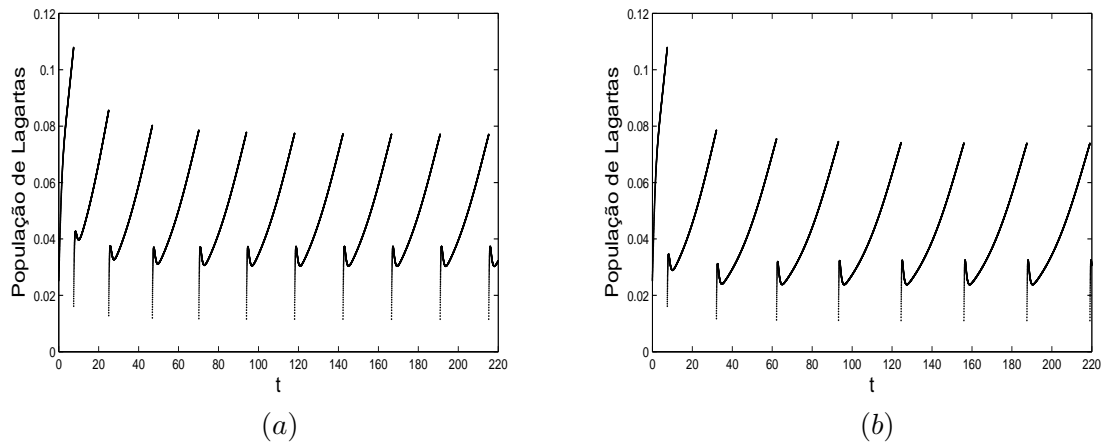


Figura 2: Variação na população de lagartas $l(t)$ com a aplicação do MIP com $m_1 = 0$, $m_2 = 0,85$, $m_3 = 0,5$, $LE = 0,2$ para: (a) $\tau = 1$ e (b) $\tau = 2$.

4 Modelo Espacialmente Estruturado para o Controle da *G. molesta*

Incorporamos ao modelo adimensional (1), através de Redes de Mapas Acoplados, a movimentação das populações entre os sítios de uma vizinhança. O habitat é representado por uma malha (matriz) bidimensional de tamanho 55×55 sítios. Apenas os ovos da mariposa não se movimentam e a movimentação das lagartas é mais limitada, movimentando-se até os quatro vizinhos mais próximos. As mariposas adultas e os parasitoides podem se dispersar até os oito vizinhos mais próximos. A dinâmica do modelo com dispersão ocorre em duas etapas distintas: uma fase de movimentação, em que ocorre a dispersão das lagartas, fêmeas adultas, parasitoides de ovos e parasitoides de lagartas e, uma fase de reação, em que ocorre a dinâmica vital (reprodução, mortes e predação), descrita pelo modelo (1).

Considerando $v_x(t)$ e $c_x(t)$, para $c = l, n, s, p$, respectivamente, as densidades de ovos, lagartas, fêmeas adultas, parasitoides de ovos e parasitoides de lagartas no sítio x , no instante t , antes da dispersão; $v'_x(t)$ e $c'_x(t)$, para $c' = l', n', s', p'$, as densidades populacionais no sítio x , no instante t , após a dispersão, escrevemos as equações para a etapa de dispersão, como segue:

$$\begin{cases} v'_x(t) = v_x(t), \\ c'_x(t) = c_x(t) - \sum_{y \in V_x} S_y^c(t) + \sum_{y \in V_x} E_y^c(t), \end{cases} \quad (4)$$

onde $S_y^c(t)$ representam as populações que saem do sítio x e vão para cada um dos sítios $y \in V_x$, a cada etapa de tempo t ; $E_y^c(t)$ representam as populações que entram no sítio x , oriundas de cada um dos sítios $y \in V_x$, a cada etapa de tempo t . Após a etapa de movimentação, ocorre a dinâmica vital dentro de cada sítio da malha, descrita pelo sistema:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \gamma n' (1 - n') - (\alpha_1 + \mu_1)v' - \frac{\beta_1 v' s'}{1 + v'}, \\ \frac{dl}{dt} = \alpha_2 v' - (\alpha_3 + \mu_2)l' - \frac{\beta_2 l' p'}{1 + l'}, \\ \frac{dn}{dt} = \alpha_4 l' - \mu_3 n', \\ \frac{ds}{dt} = \frac{\beta_3 v' s'}{1 + v'} - \mu_4 s', \\ \frac{dp}{dt} = \frac{\beta_4 l' p'}{1 + l'} - \mu_5 p'. \end{cases} \quad (5)$$

4.1 Dispersão por Difusão e MIP

Para a dispersão por difusão, onde D_i , $i = l, n, s, p$ são os coeficientes de difusão de cada população, usaremos em (4), as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} S_y^l(t) &= D_l \frac{l_x(t)}{4}, & S_y^n(t) &= D_n \frac{n_x(t)}{8}, & S_y^s(t) &= D_s \frac{s_x(t)}{8}, & S_x^p(t) &= D_p \frac{p_x(t)}{8}, \\ E_y^l(t) &= D_l \frac{l_y(t)}{4}, & E_y^n(t) &= D_n \frac{n_y(t)}{8}, & E_y^s(t) &= D_s \frac{s_y(t)}{8}, & E_y^p(t) &= D_p \frac{p_y(t)}{8}. \end{aligned} \quad (6)$$

Para a aplicação do MIP como descrito em (3), dividimos a malha de tamanho 55×55 sítios em 25 blocos de tamanho 11×11 sítios. Em cada passo de tempo, em todos os sítios de cada bloco, medimos a densidade de fêmeas adultas n . Se a densidade n atingir o LE em 10% dos sítios, aplica-se o MIP em todos os sítios do bloco. Esse processo é feito em cada iteração temporal. Consideramos que inicialmente apenas o sítio central $x = (28, 28)$ esteja ocupado, com densidades iniciais $v_x(0) = 0, 1$, $l_x(0) = 0, 025$, $n_x(0) = 0, 13$, $s_x(0) = 3, 3$ e $p_x(0) = 0, 5$, e o restante do reticulado esteja vazio.

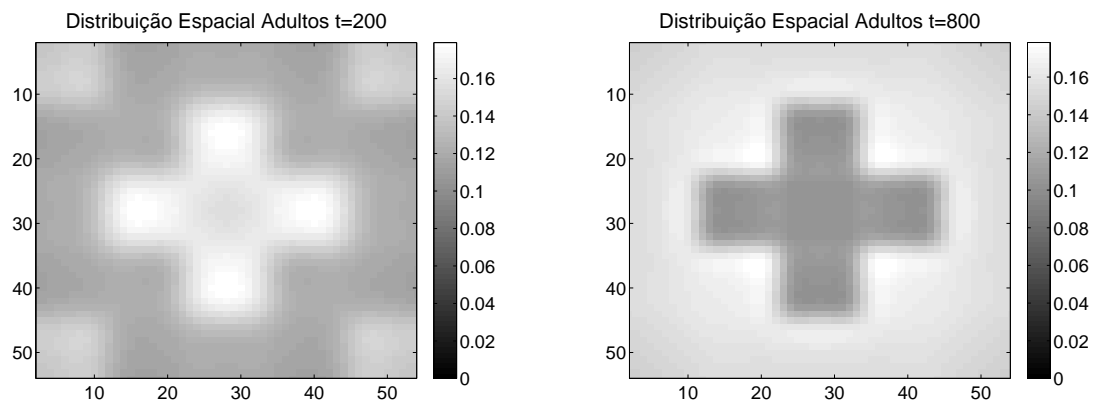


Figura 3: Distribuição espacial da população de fêmeas adultas n com coeficiente de difusão $D_n = 0, 5$ e $LE = 0, 2$, nos instantes de tempo $t = 200$ e $t = 800$.

Na Figura 3, temos a distribuição espacial das fêmeas adultas apresentando padrões espaço-temporais heterogêneos. O MIP mostra-se eficiente para o controle da mariposa

oriental no caso das populações espacialmente distribuídas, pois $n(t)$ é mantida abaixo do $LE = 0,2$, em todos os sítios da malha (ver Figura 3). Resultados positivos também foram obtidos supondo que ambos os parasitoides se movimentem segundo um processo de taxia quase local e que as lagartas e fêmeas adultas se movimentem por difusão.

5 Conclusões

Os modelos apresentados para o controle da mariposa oriental utilizando o MIP mostraram-se eficientes, mantendo a densidade da praga em níveis toleráveis abaixo do LE, em todos os casos considerados. Além disso, as aplicações do MIP tornaram-se periódicas (Figura 2), o que é importante do ponto de vista da aplicação do controle, visto que o produtor não vai precisar medir a população da praga antes de cada aplicação do controle, passando a simplesmente aplicá-lo periodicamente.

No caso do modelo com distribuição espacial, o MIP provoca alterações no comportamento espaço-temporal das populações. Para a dispersão por difusão sem o MIP, a distribuição espacial das populações torna-se homogênea com o passar do tempo, mas ao aplicarmos o MIP (Figura 3), a distribuição espacial apresenta padrões heterogêneos instáveis. De forma geral, o manejo integrado da *Grapholita molesta* proposto neste trabalho mostrou-se uma boa alternativa na substituição das medidas de controle usualmente adotadas para a praga.

Referências

- [1] L. J. S. Allen, An Introduction to Mathematical Biology, Pearson Prentice Hall, vol. 1, (2007).
- [2] C. J. Arioli, M. S. Garcia, M. Zarte e M. Botton, Biologia da mariposa-oriental em dieta artificial à base de milho, Scientia Agraria, vol. 11, 481–486, (2010).
- [3] S. Bhattacharyya and D. K. Bhattacharya, An improved integrated pest management model under 2-control parameters (sterile male and pesticide), Mathematical Biosciences, vol. 209, 256–281, (2007).
- [4] M. Botton, D. E. Nava, C. J. Arioli, A. D. Grutzmacher e M. S. Garcia, Bioecologia, monitoramento e controle da mariposa-oriental na cultura do pessegueiro no Rio Grande do Sul, Circular Técnica Embrapa, vol. 86, Bento Gonçalves, RS, (2011).
- [5] R. F. Norris, E. P. Caswell-Chen and M. Kogan, Concepts in Integrated Pest Management, Prentice Hall, vol. 1, (2003).
- [6] S. Tang and R. A. Cheke, Models of integrated pest control and their biological implications, Mathematical Biosciences, vol. 215, 115–125, (2008).
- [7] S. Tang, Y. Xiao and R. A. Cheke, Multiple attractors of host-parasitoid models with integrated pest management strategies: Eradication, persistence and outbreak, Theoretical Population Biology, vol. 73, 181–197, (2008).