Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 2, 2015.
Trabalho apresentado no III CMAC - SE, Vitória-ES, 2015.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Solução de Problemas Setorialmente Homogêneos através do Método dos Elementos de Contorno

André Judá Corrêa de Andrade[1]
PPGEM/UFES, 29.075-910, Vitória, ES - Brasil
Carlos Friedrich Loeffler[2]
PPGEM/UFES, 29.075-910, Vitória, ES – Brasil
Webe João Mansur[3]
PEC/COPPE/UFRJ, 29.075-910, Rio de Janeiro, RJ – Brasil

Resumo. O Método dos Elementos de Contorno (MEC) tem excelente desempenho nas aplicações onde o campo de variáveis é escalar e estacionário. No entanto, há muitos problemas de grande interesse prático que são sabidamente difíceis de serem resolvidos pelo MEC. Entre estes, estão os problemas fisicamente não homogêneos, para os quais as formulações de domínio têm inegável vantagem. Entretanto, mesmo para estes casos, é possível obter formulações consistentes para o MEC utilizando funções de base radial [1], conforme apresentado neste trabalho.
Palavras chave. Método dos Elementos de Contorno, Equações Integrais, Homogeneidade setorial

1 Equações Integrais

Considere a seguinte equação diferencial, onde u(X) é um potencial escalar e a propriedade física K(X) varia no domínio Ω:

$$[Ku(X),_i],_i = p$$

Gerando uma equação integral a partir das propriedades da solução fundamental u*(ξ;X) do problema e empregando procedimentos típicos do MEC [2], chega-se a:

$$\int_\Gamma Ku,_i n_i u^* \, d\Gamma - \int_\Gamma Kuu^*,_i n_i \, d\Gamma + \int_\Omega uK,_i u^*,_i \, d\Omega + \int_\Omega uKu^*,_{ii} d\Omega = \int_\Omega pu^* d\Omega$$

---
[1]andrejudah@gmail.com
[2]carlosloeffler@bol.com.br
[3]webe@coc.ufrj.com.br

O terceiro termo do lado esquerdo pode ser transformado numa integral de contorno através do procedimento Quase-dual [3]:

$$\int_{\Omega} uK,_i u^*,_i \, d\Omega \cong \alpha_p^j \int_{\Omega} \psi_{p,i}^j u^*,_i d\Omega = \alpha_p^j \int_{\Gamma} \psi_p^j u^*,_i n_i d\Gamma + \alpha_p^j c(\xi)\psi_p^j(\xi)$$

Utiliza-se o procedimento MECIC [4] junto a integral da ação de domínio p(X):

$$\int_{\Omega} pu^* \, d\Omega \cong \int_{\Omega} ({}^{\xi}\alpha^j \psi_{,ii}^j(X)) d\Omega = \int_{\Gamma} ({}^{\xi}\alpha^j \psi_{,i}^j(X) n_i(X)) d\Gamma = {}^{\xi}\alpha^j \int_{\Gamma} \eta^j(X) d\Gamma$$

2 Abordagem da Homogeneidade Setorial

Emprega-se uma abordagem alternativa à técnica de sub-regiões, vide figura 1:

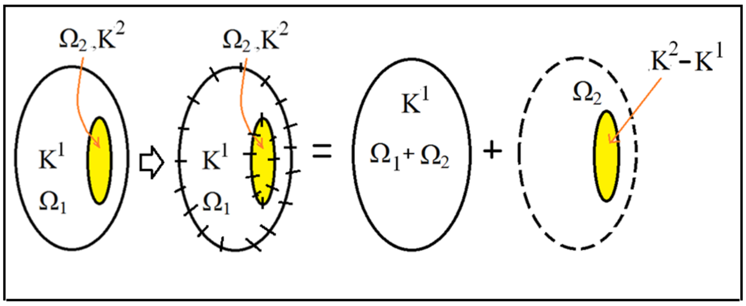

Figura 1: Subdomínios com diferentes propriedades.

É possível escrever as integrais para cada subdomínio separadamente, resolvê-las pelas formulações mencionadas e conectá-las através dos valores nodais, após a discretização.

Referências

[1] M. D. Buhmann, Radial Basis Functions: theory and implementations, Cambridge University Press, vol. 12, (2003).

[2] C. A. Brebbia, S. Walker, Boundary Element Techniques in Engineering, Newnes-Butter worths, (1980).

[3] C. F. Loeffler and W. J. Mansur, Quasi-dual reciprocity boundary element method for incompressible flow: Application to the diffusive–advective equation, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 58, n.8, 1167-1186, (2003).

[4] C. F. Loeffler, A. L. Cruz and A. Bulcão, Direct Use of Radial Basis Interpolation Functions for Modelling Source Terms with the Boundary Element Method, EABE, vol. 50, 97-108, (2015).

DOI: 10.5540/03.2015.003.02.0075