

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

# Avaliação das simplificações da teoria unidimensional de vigas através do Método dos Elementos de Contorno

André Barbosa Freitas<sup>1</sup>

Departamento de Engenharia Mecânica, UFES, Vitória, ES

Carlos Friedrich Loeffler<sup>2</sup>

Departamento de Engenharia Mecânica, UFES, Vitória, ES

**Resumo.** Este trabalho aproveita as potencialidades de um modelo bidimensional do Método dos Elementos de Contorno (MEC) [1] para avaliar as limitações das aproximações na teoria unidimensional de vigas, dada pela resistência dos materiais (TRM) [2], examinando os efeitos das condições de contorno, que usualmente são gravemente simplificadas. O MEC é aplicável em diversas áreas tecnológicas, sendo alvo de pesquisas atuais [4]. Dois problemas de viga carregadas são resolvidos através da simulação numérica. As simulações do MEC usaram malhas lineares, cujos resultados tiveram boa concordância com as soluções da teoria matemática da elasticidade (TME), especialmente no campo de tensões.

**Palavras-chave.** Método dos Elementos de Contorno, Análise de Vigas, Elasticidade

## 1 Análise e Simulação

Os problemas escolhidos examinam uma viga bi apoiada com carregamento constante, conforme figura 1(a). Para o campo de tensões normais, este problema possui solução analítica pela TME [3], desde que seja aplicado um perfil de tensões cisalhantes parabólico, conforme ilustrado na figura 1(b). Nesta condição, há uma pequena diferença entre as tensões horizontais dadas pela TRM e a TME. Mas, nos deslocamentos, há grande diferença, pois a TRM despreza qualquer distribuição de tensões cisalhantes nas faces, pelo fato da viga ser considerada esbelta, e despreza também a compressão das fibras, que é mais intensa quanto mais próximo da aresta superior. Havendo a prescrição do perfil parabólico de tensões cisalhantes, a TME fornece resultados com boa concordância com o MEC, conforme mostra a figura 2, tanto nas tensões quanto nos deslocamentos.

No caso de não se prescrever nenhuma distribuição de tensões cisalhantes equilibrantes e os pontos de apoio serem tomados como pontuais, como exposto na figura 1(a), as diferenças se amplificam. A TME não possui recursos para representar precisamente condições de deslocamento nulo contínuo nas arestas verticais [3]. Assim, diferentes curvas de deslocamento aparecem entre o MEC e a TME, conforme mostrado na figura 3.

---

<sup>1</sup>andbarfre@gmail.com

<sup>2</sup>carlosloeffler@bol.com.br

## 2 Conclusões

Dois exemplos, com cargas em perfis distintos, foram examinados. Conclui-se que: há significativa discrepância nos valores de deslocamento tanto na TRM quanto na TME, mas principalmente na primeira, que subestima os valores calculados. Também há diferenças nas tensões normais, quando o carregamento aplicado é mais complexo.

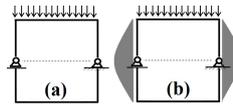


Figura 1: Modelo sem (a) e com (b) tensões cisalhantes nas extremidades.

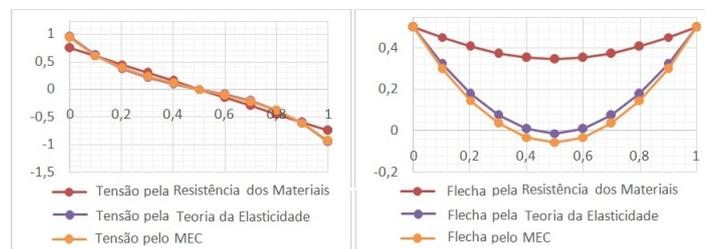


Figura 2: Tensões normais e deslocamentos para a viga com tensões cisalhantes nas extremidades.

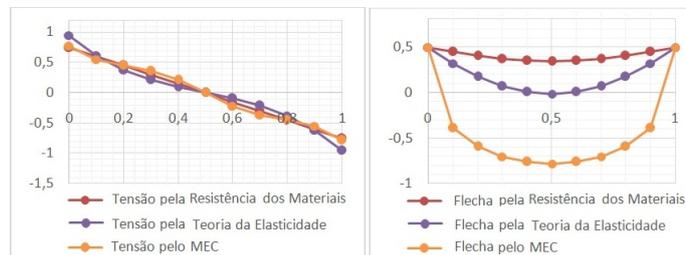


Figura 3: Tensões normais e deslocamentos para a viga sem tensões cisalhantes nas extremidades.

## Referências

- [1] C. A. Brebbia, The boundary element method for engineers, Pentech, 2<sup>a</sup> ed., (1984).
- [2] R.C. Hibbeler, Resistência dos Materiais, Pearson, 7<sup>a</sup> ed., (2010).
- [3] S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, Theory of elasticity, McGraw-Hill, 3<sup>a</sup> ed., (1970).
- [4] W.J. Mansur et. al. , Experimental validation of a frequency domain BEM model to study 2D and 3D heat transfer by conduction, Engineering Analysis with Boundary Elements, (2012).