

## Estudo Analítico de um Modelo de Competição para a Interação entre Espécies de Peixes

Thyago Souza do Nascimento<sup>1</sup>

Instituto de Ciência, Engenharia e Tecnologia, ICET, UFVJM, Teófilo Otoni, MG

Ana Paula de Oliveira<sup>2</sup>

Instituto de Ciência, Engenharia e Tecnologia, ICET, UFVJM, Teófilo Otoni, MG

José de Kalais Rebouças Santos<sup>3</sup>

Instituto de Ciência, Engenharia e Tecnologia, ICET, UFVJM, Teófilo Otoni, MG

Jaqueline Maria da Silva<sup>4</sup>

Instituto de Ciência, Engenharia e Tecnologia, ICET, UFVJM, Teófilo Otoni, MG

**Resumo.** Este trabalho propõe um estudo do comportamento dos pontos de equilíbrio de um modelo de Lotka-Volterra modificado. O modelo trata da dinâmica de interação entre as espécies de peixes mais densas presentes na Usina Hidrelétrica de Santa Clara (UHSC), localizada no município de Nanuque-MG.

**Palavras-chave.** Modelos competitivos, interação, pontos de equilíbrio, populações.

### 1 Introdução

O estudo do comportamento dos pontos de equilíbrio em sistemas dinâmicos é de grande importância em modelagem matemática, principalmente no que diz respeito aos modelos de interação entre populações de espécies distintas. A UHSC foi construída no município de Nanuque no Vale do Mucuri e prejudicou a biodiversidade aquática existente na bacia hidrográfica do Rio Mucuri. Neste sentido, este trabalho apresenta um estudo sobre a estabilidade dos pontos de equilíbrio de um modelo de interação entre as populações de peixes presentes no lago da UHSC.

---

<sup>1</sup>thyago\_msc@hotmail.com

<sup>2</sup>paula.mmm@hotmail.com

<sup>3</sup>kalaissantos@hotmail.com

<sup>4</sup>jaqueline.silva@ufvjm.edu.br

## 2 Modelo de competição com o esforço da pesca

O modelo modificado de Lotka-Volterra apresentado neste trabalho tem parâmetros que consideram a variação da altura da água em função do tempo e a influência do esforço da pesca. É dado pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a - E) - \alpha xy \left( \frac{1}{1 + \eta \sin(\frac{2\pi t}{365})} \right) \\ \frac{dy}{dt} = -y(b + E) + \beta xy \left( \frac{1}{1 + \eta \sin(\frac{2\pi t}{365})} \right) \end{cases} \quad (1)$$

Neste caso,  $x$  e  $y$  representam a população de presas e predadores, respectivamente;  $a$  representa o crescimento das presas;  $b$  a taxa de mortalidade dos predadores;  $\alpha$  a mortalidade das presas;  $\beta$  a taxa de conversão de biomassa das presas capturadas pelos predadores;  $\eta$  o peso da variação do nível de água ao longo do tempo e  $E$  o esforço de pesca.

## 3 Resultados e Discussões

Após o estudo dos autovalores, verificou-se que o ponto  $P_1(0, 0)$  é estável se  $E > a$ , ou instável se  $E < a$ . O ponto  $P_2\left(\frac{(b+E)[1+\eta \sin(\frac{2\pi t}{365})]}{\beta}, 0\right)$  pode ser estável, assintoticamente estável ou instável se  $E > a$  ou, instável se  $E < a$ . O ponto  $P_3\left(0, \frac{(a-E)[1+\eta \sin(\frac{2\pi t}{365})]}{\alpha}\right)$  pode ser estável, assintoticamente estável ou instável. O ponto  $P_4\left(\frac{(b+E)[1+\eta \sin(\frac{2\pi t}{365})]}{\beta}, \frac{(a-E)[1+\eta \sin(\frac{2\pi t}{365})]}{\alpha}\right)$  é estável se  $\frac{-2\pi\eta \cos(\frac{2\pi t}{365})}{365[1+\sin(\frac{2\pi t}{365})]^2} < 0$  ou instável se  $\frac{-2\pi\eta \cos(\frac{2\pi t}{365})}{365[1+\sin(\frac{2\pi t}{365})]^2} > 0$ . Apenas  $P_4$  representa a coexistência entre as espécies, sendo este, o mais representativo biologicamente e matematicamente. Os outros três pontos extinguem uma ou duas populações simultaneamente. Por outro lado, analisando as simulações computacionais do modelo, confirmou-se que  $\eta$  e  $E$  influenciam a dinâmica de interação entre as espécies. Verificou-se que conforme  $\eta$  aumenta, a interação entre as espécies diminui em função do aumento do volume de água. Quanto maior o valor de  $E$ , mais as densidades das populações tendem a decair, o que dificulta a predação.

## Agradecimentos

Agradecemos a FAPEMIG pela bolsa de iniciação científica de um dos autores.

## Referências

- [1] W. E. Boyce e R. C. DiPrima, Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, LTC, (2006).
- [2] M. Moreira, J. M. Silva e M. V. Kritz, Efeitos da variação da água e da pesca na interação entre peixes na Hidrelétrica de Santa Clara, um estudo de caso, XXXV CNMAC Congresso Nacional de Matemática Aplicada Computacional, (2014).