

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Algoritmo Branch-and-Bound e Aplicação ao Problema do Caixeiro Viajante

Cheienne Chaves¹

Departamento Acadêmico de Matemática Aplicada, UNESP, São José do Rio Preto, SP

Simone Aparecida Miloca²

Centro de Ciências Exatas, Matemática, UNIOESTE, Cascavel, PR

1 Introdução

O objetivo deste trabalho foi estudar e apresentar o Algoritmo Branch-and-Bound (B&B), que é um algoritmo exato, para buscar soluções em problemas de Programação Linear Inteira Mista (PIM). Realizamos testes numéricos utilizando o algoritmo (B&B) no clássico problema do caixeiro viajante. Alguns aspectos justificam o estudo de problemas PIM. Um deles refere-se ao requisito de que muitas vezes esses problemas implicam em maior complexidade computacional. Outro aspecto é que este tipo de problema aparece em situações reais, como, por exemplo, alocação de pessoas, máquinas e veículos.

2 Programação Inteira Mista

Em alguns tipos de problemas, é desejável construir modelos matemáticos que melhor o representem. Em problemas de otimização esta construção é feita definindo uma função (função objetivo), que será maximizada (ou minimizada) e está sujeita a restrições de igualdade ou desigualdade. Matematicamente escreve-se como em (1).

$$\begin{array}{ll} \max \text{ (ou } \min) & f(x) \\ \text{sujeito a} & h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ & x \in \mathbb{R}^n \end{array} \quad (1)$$

onde, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ são funções contínuas e geralmente diferenciáveis [4].

Quando as variáveis envolvidas são contínuas e apresentam comportamento linear temos um Problema de Programação Linear, sendo o algoritmo Simplex um dos clássicos utilizados para busca de solução [4]. O modelo matemático para a Programação Linear

¹che.sp@hotmail.com

²smiloca@gmail.com

Inteira Mista (PIM) segue o mesmo modelo da Programação Linear, porém com a restrição adicional que algumas das variáveis devem ter valores inteiros. Um dos algoritmos exatos utilizados para resolver este tipo de problema é o método Branch-and-Bound [2, 4] cuja idéia é subdividir o problema inicial em pequenos subproblemas, que são resolvidos por meio de algoritmos da Programação Linear, como por exemplo o método Simplex.

Neste trabalho, aplicamos o algoritmo Branch-and-Bound na versão clássica do Problema do Caixeiro Viajante(PCV) [1]. Ele pertence a uma classe denominada *roteamento de nós* que lida com passeios sobre pontos de demanda ou oferta. Um dos passeios é o problema hamiltoniano, proposto em um jogo por William Rowan Hamilton em 1857. O jogo era composto por um dodecaedro e cada vértice estava associado a uma cidade importante. O objetivo era encontrar uma rota que começasse e terminasse na mesma cidade, passando por todas as cidades do dodecaedro sem repetir uma visita. Dessa forma, o objetivo do PCV é encontrar em um grafo, um caminho hamiltoniano de menor custo.

Para testes numéricos escolhemos 30 cidades paranaenses e retiramos suas coordenadas geográficas do site [3]. Deseja-se encontrar a melhor rota para problemas com 7, 8, 15, 25, 28 e 30 cidades paranaenses. Para a busca de solução utilizamos o solver do *Lingo* e para entrada de dados e representação gráfica, o software *Scilab*. Foram feitos testes utilizando diferentes números de cidades. Para 8, 15 e 25 cidades o tempo para encontrar a solução foi inferior a 1 minuto. Já para 28 e 30 cidades o tempo aumentou consideravelmente, sendo que foi aproximadamente 17 minutos para 28 cidades e quase 1 hora para 30 cidades.

3 Conclusões

Foi possível perceber como pode ser difícil obter soluções para problemas desta natureza, notamos que de 25 para 28 cidades a diferença de tempo para encontrar a solução ótima foi muito grande, também que o número de variáveis aumentou em grandes proporções. Assim quanto mais variáveis inteiras um problema tiver maior será o tempo que levará para ser encontrada a solução ótima.

Este trabalho faz parte de estudos realizados durante Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

Referências

- [1] M. C. Goldbarg, H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear*. Elsevier, Rio de Janeiro, 2005.
- [2] F. S. G. J. Hillier. *Introduction to Operations Research*. McGraw-Hill, New York, 2005.
- [3] MBI. Disponível em: <http://www.mbi.com.br/mbi/biblioteca/utilidades/dddcepr/>. Acesso em: 22 de jan. 2016.
- [4] S. Zionts. *Linear and Integer Programming*. Ed Prentice Hall, Rio de Janeiro, 2006.